



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

PĚTIVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S VYVAŽOVACÍ JEDNOTKOU

FIVE-CYLINDER IN-LINE DIESEL ENGINE WITH BALANCING UNIT

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. ZDENĚK NAVRÁTIL

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

BRNO 2010

Abstrakt

Tato diplomová práce na téma: Pětiválcový řadový vznětový motor s vyvažovací jednotkou se zabývá rozбором vyvážení možných variant uspořádání klikového hřídele, analýzou uspořádání vývažků, návrhem vyvažovacího hřídele, konstrukčním návrhem klikového hřídele, výpočtem vlastní frekvence, výpočtovou kontrolou klikového hřídele z hlediska torzních kmitů a návrhem dynamického torzního tlumiče.

Klíčová slova

řadový pětiválcový naftový spalovací motor, klikový hřídel, vyvažovací hřídel, tlumič torzních kmitů

Abstract

This diploma work themed: Five-cylinder in-line Diesel engine with balancing unit is dealing with analysis of balancing possible alternatives of arranging crankshaft, analysis of arranging counterweight, concept of balancing shaft, engineering design of crank-shaft, calculation of frequency, computational control of crank-shaft in light of torsional oscillations and proposal of dynamic pendulum damper.

Key words

in-line five-cylinder diesel engine, crankshaft, balancing shaft, torsional vibrations damper

Bibliografická citace:

NAVRÁTIL, Z. *Pětiválcový řadový vznětový motor s vyvažovací jednotkou*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 133 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pouze za odborného vedení vedoucího práce a konzultantů s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně 10.10.2010



Poděkování

Děkuji Prof. Ing. Václavu Píštěkovi, DrSc. za odborné vedení diplomové práce a vstřícnost při řešení veškerých problémů.

Obsah

1	Úvod	9
2	Klikový mechanismus	10
2.1	Síly působící na klikový mechanismus	10
2.1.1	Síly od tlaku plynů	10
2.1.2	Síly setrvačné	11
2.2	Klikový hřídel	12
2.2.1	Parametry klikového hřídele	13
3	Uspořádání klikového hřídele	13
4	Rozbor vyváženosti setrvačných sil a momentů	14
4.1	Vyvážení setrvačných sil rotačních a posuvných částí	14
4.2	Vyvážení momentů od setrvačných sil rotačních a posuvných částí	15
4.3	Možnosti uspořádání vývažků na klikovém hřídeli	18
4.3.1	Momentové vyvážení	19
4.3.2	Silové vyvážení	20
4.3.3	Kombinace silového a momentového vyvážení	20
4.4	Velikost vývažku	21
5	Vyvážení momentu setrvačných sil posuvných I. řádu	23
5.1	Vyvažovací hřídel	23
5.2	Pohon vyvažovacího hřídele	24
6	Torzní kmitání	24
6.1	Podstata a význam torzního kmitání	24
6.2	Náhradní soustava motoru	25
6.2.1	Redukce hmot	26
6.2.2	Redukce délek	27
7	Vlastní torzní kmitání	28
7.1	Vynucené torzní kmitání	30
7.1.1	Budící moment a jeho harmonická analýza	31
7.1.2	Kritické otáčky motoru	32
7.2	Výpočet přidavného torzního napětí	34

7.2.1	Vydatnost rezonančních kmitů	34
7.2.2	Torzní výchylky v rezonanci	35
7.2.3	Namáhání torzními kmity	37
7.3	Tlumiče torzních kmitů.....	38
7.3.1	Silikonové tlumiče	39
7.3.2	Pryžové tlumiče	39
7.4	Výpočet přídatného torzního napětí při použití tlumiče	39
7.4.1	Vlastní torzní kmitání soustavy s tlumičem	39
7.4.2	Kritické otáčky motoru s tlumičem	41
7.4.3	Vydatnost rezonance.....	41
7.4.4	Torzní výchylka v rezonanci	42
7.4.5	Namáhání torzními kmity soustavy s tlumičem	44
7.5	Porovnání tlumeného a netlumeného modelu	44
8	Návrh rozměrů gumového prstence	45
8.1	Navržený torzní tlumič	48
9	Závěr.....	49
10	Seznam použité literatury.....	50
11	Seznam použitých značek	51

1 Úvod

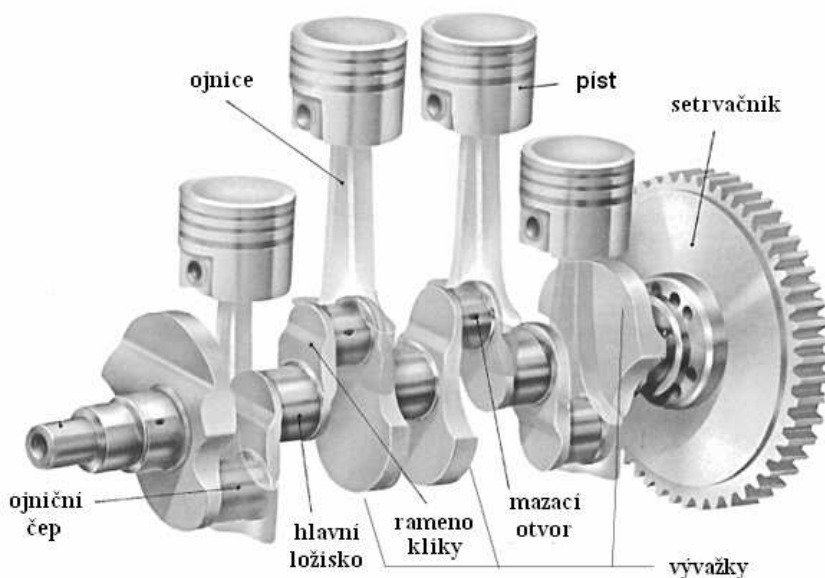
Cílem mé diplomové práce je navrhnout klikový hřídel pro čtyřdobý vznětový pětiválcový motor. Hlavní konstrukční rozměry přejímám z čtyřválcového motoru Zetor pro možnost využití stejných sériově vyráběných dílů.

V této práci se budu zabývat rozбором vyvážení možných variant uspořádání klikového hřídele. Pro další konstrukční návrh zvolím nejvhodnější uspořádání s maximální eliminací nevyváženosti s ohledem na konstrukční možnosti a provedu analýzu uspořádání vývažků a vyvažovacího hřídele.

Výstupem této studie by měl být návrh konstrukčního řešení nejvhodnější varianty. Dále provedu výpočtovou kontrolu zvolené varianty klikového hřídele z hlediska torzních kmitů, jež způsobují únavové lomy. S ohledem na tuto kontrolu posoudím nutnost aplikace tlumiče torzních kmitů.

2 Klikový mechanismus

Jedná se o skupinu „klikový hřídel-ojnice-píst“, kterou nalezneme v obou typech spalovacích motorů používaných v dnešní době běžně k pohonu vozidel. Píst je vystaven tlaku spalin a jeho hlavní funkce je utěsnění spalovacího prostoru a přenos síly na ojnici. Jeho pohyb je posuvný a to mezi jeho krajními polohami. Ojnice spojuje píst s ramenem kliky, které se otáčí kolem osy klikového hřídele uloženého v bloku motoru. Oko ojnice je upevněno pomocí pístního čepu k pístu a jak již bylo řečeno, pohyb je čistě posuvný v ose válce. Hlava ojnice je připevněna na klikový hřídel a pohyb je rotační. Spojení čepy musí být pro zabezpečení správné funkce dobře mazáno, aby nedocházelo k vydírání a zahřívání a v konečné fázi k havárii klikového mechanismu.



Obr.1: Klikový mechanismus

2.1 Síly působící na klikový mechanismus

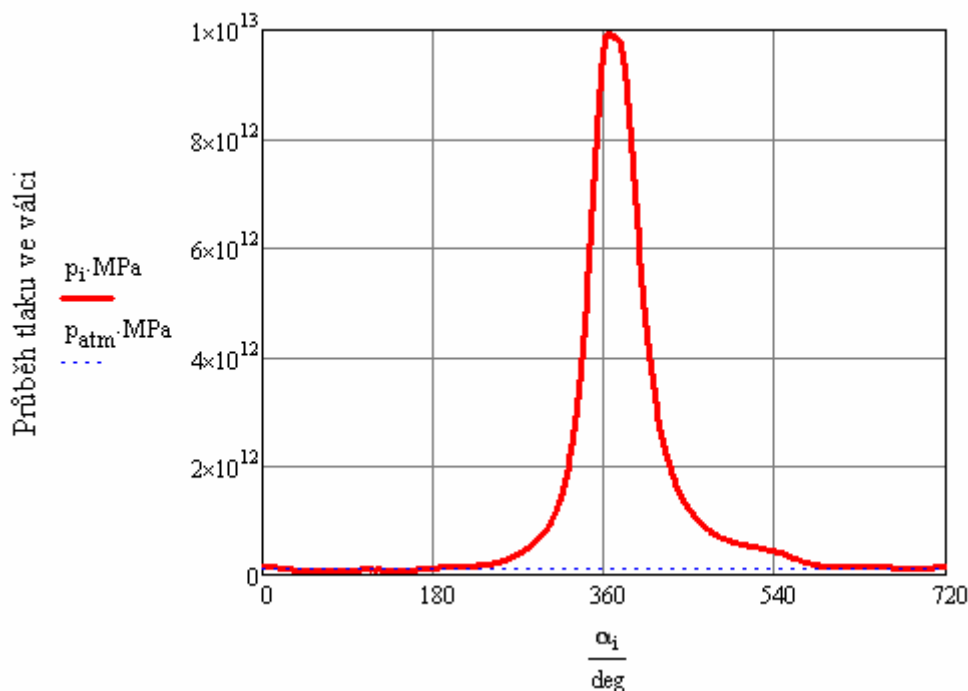
2.1.1 Síly od tlaku plynů

Tlak plynu ve válci motoru, který působí na dno pístu, stěny a hlavu válce, vyvolává síly F_p , které zpravidla leží v ose válce. Při hodnotě tlaku plynů ve válci nad pístem p a atmosférickém tlaku p_{atm} a za předpokladu, že tlak v klikové skříni pod pístem je roven tlaku atmosférickému, bude platit:

$$F_p = S_p (p - p_{atm}) [\text{N}] \quad (1)$$

kde: S_p [m^2] – čelní plocha pístu, D [m] – průměr pístu (vrtání válce).

Ze vztahu vyplývá, že síla od tlaku plynů na píst F_p se přenáší klikovým mechanismem na pevné části motoru. Na uložení motoru se přenáší jen normálová složka síly od tlaku plynů F_p , tj. síla kterou označujeme F_N , která způsobí klopný moment motoru M_{kl} . Protože ve vztahu (1) jsou pro daný konkrétní motor a atmosférické podmínky, zejména atmosférický tlak p_{atm} a vrtání válce D konstantní, bude síla od tlaku plynů na píst F_p funkcí pouze tlaku plynů ve válci motoru. Pro výpočet průběhu síly F_p v závislosti na úhlu pootočení klikového hřídele α je potřebné vycházet z rozvinutého indikátorového diagramu $p=f(\alpha)$ získaného buď experimentálně nebo výpočtem teoretického oběhu motoru.



Obr.2: Průběh tlaku ve válci

2.1.2 Síly setrvačné

Obecně je možné setrvačnou sílu pohybujících se součástí vyjádřit následujícím vztahem

$$F_s = m \cdot a_1 \text{ [N]} \quad (2)$$

kde:

F_s [N] – setrvačná síla

m [kg] – hmotnost pohybujících se součástí

a [$m \cdot s^{-2}$] – zrychlení

Každá část klikového mechanismu pístového spalovacího motoru koná určitý specifický pohyb. Píst s pístními kroužky, pístní čep a jeho pojistné kroužky vykonávají přímočarý pohyb vratný ve směru osy válce. Klikový hřídel rotuje nerovnoměrnou úhlovou rychlostí. Protože u víceválcových motorů, případně u jednoválcových motorů se setrvačným o velkém momentu setrvačnosti, jsou nerovnoměrnosti otáčivého pohybu klikového hřídele ω jako konstantní. Složitějším se jeví pohyb ojnice, která je spojovacím článkem mezi pístem a

klikovým hřídelem. Pohyb ojnice je složený z přímočarého vratného pohybu osy oka ojnice a rotačního pohybu osy hlavy ojnice. Dřík ojnice, který spojuje oko a hlavu ojnice, koná prostorový pohyb. Pro stanovení setrvačných sil působících na klikový mechanismus je potřebné znát hmotnosti a zrychlení jednotlivých pohyblivých součástí. Protože ojnice vykonává složený rovinný pohyb a výpočet setrvačných sil by v tomto případě byl poněkud komplikovaný, je hmotnost ojnice uvažována ve dvou hmotných bodech vykonávajících jednoduchý rovinný pohyb, tj. pohyb posuvný a pohyb rotační.

2.2 Klikový hřídel

Současně zabezpečuje konstrukce klikového hřídele i částečné vyvážení setrvačných sil a momentů posuvných a rotujících hmot pomocí protizávaží, náhonu rozvodu, příslušenství a pomocných agregátů motoru. U čtyřdobých motorů je klikový hřídel využíván i k rozvodu mazacího oleje do ojničních ložisek.

Klikový hřídel je zatěžován současným působením prostorové soustavy sil od tlaku plynů na písty a sil setrvačných. Silové účinky časově proměnné, jak z hlediska velikosti, tak i směru nositelky sil, vyvolávají v hřídeli pružné kmity, které jej namáhají na ohyb, krut, tah a tlak. Konstrukce klikového hřídele musí zajišťovat tuhost ve vztahu k ohybovému a krouticímu zatěžování, pevnost vůči působícím silovým účinkům, odolnost proti opotřebení čepů ložisek a dlouhou životnost při cyklickém zatěžování. Nárůst požadavků na nízké vibrace motorů vedl k tomu, že klikové hřídele pístových spalovacích motorů byly postupně navrhovány nikoliv z hledisek pevnostních, ale s ohledem na torzní a ohybové kmitání hřídelů.



Obr.3: Klikový hřídel

2.2.1 Parametry klikového hřídele

Vrtání válce	D	105	[mm]
Zdvih pístu	Z	120	[mm]
Počet válců	z	5	[-]
Maximální otáčky	n	2460	[min ⁻¹]
Délka ojnice	l	215	[mm]

Tabulka 1. Parametry motoru

3 Uspořádání klikového hřídele

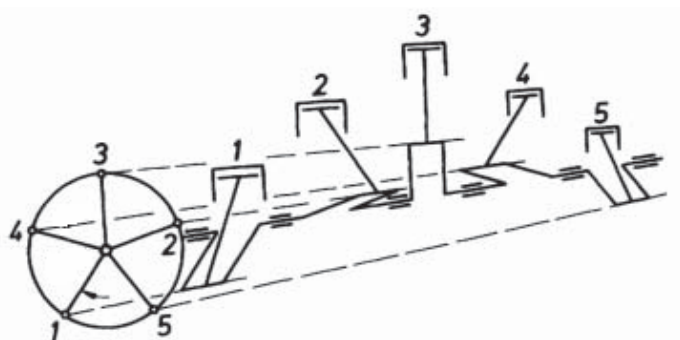
Na uspořádání klikového hřídele závisí především vyvážení víceválcových řadových motorů, tj. na vzájemné poloze jeho jednotlivých klikových čepů. Volbu tvaru a uspořádání klikového hřídele je potřebné hodnotit z následujících hledisek:

- vyvážení setrvačných sil (rotačních a posuvných), včetně jejich momentů,
- rovnoměrnosti chodu motoru,
- pořadí vznětů jednotlivých válců,
- zatížení hlavních ložisek,
- torzní kmitání.

Ke zjištění rovnoměrného chodu motoru je potřeba, aby vzněty, v následně po sobě pracujících válcích motoru, probíhaly v pravidelných intervalech. Protože u každého válce čtyřdobého motoru se opakuje pracovní cyklus po dvou otáčkách klikového hřídele (tj. po 720° otočení KH), musí se v této době uskutečnit hoření ve všech válcích motoru. Aby byla splněna podmínka pravidelných intervalů mezi hořeními v jednotlivých válcích motoru, je úhel mezi rameny klikových čepů klikového hřídele pětiválcového čtyřdobého motoru určen ze vztahu:

$$\delta_1 = \frac{720}{z} = \frac{720}{5} = 144^\circ \quad (3)$$

kde: z – počet válců motoru.



Obr.4: Uspořádání klik na klikovém hřídeli

4 Rozbor vyváženosti setrvačných sil a momentů

Požadavek vyvážení setrvačných sil a jejich momentů v některých případech odporuje požadavku rovnoměrnosti chodu a v tom případě je pak třeba uvážit, který z požadavků je pro daný motor a jeho použití důležitější.

Pořadí zážehů se volí zpravidla tak, aby zážehy následovaly po sobě v navzájem nejvzdálenějších válcích motoru, což zajistí rovnoměrnější namáhání hlavních ložisek klikového hřídele. Zde je však potřebné zkontrolovat, zda zvolené pořadí zážehů nevyvolá nepřiměřené namáhání klikového hřídele torzními kmity.

Při analýze vyvažování víceválcových motorů je možné zavést následující zjednodušující předpoklady:

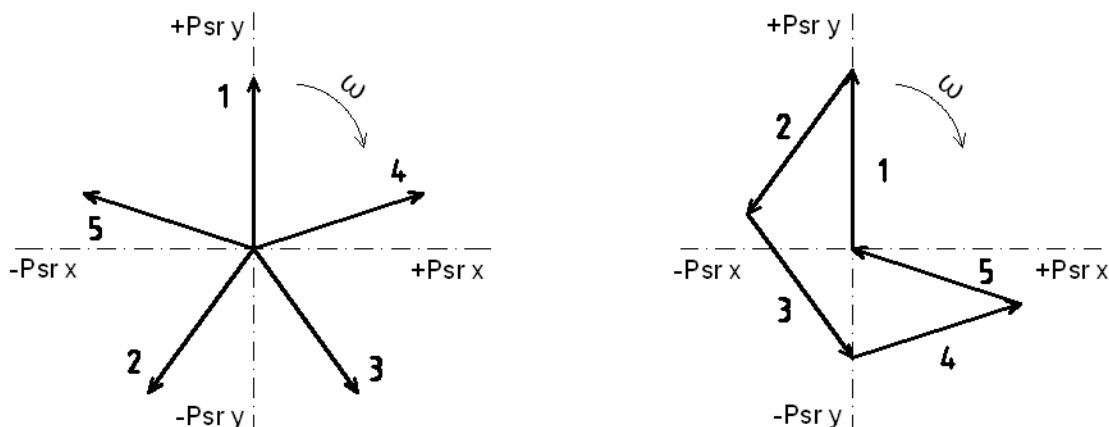
- tvary a rozměry jednotlivých částí klikového mechanismu u všech válců jsou naprosto přesně stejné
- stejnou hmotnost klikového mechanismu všech válců jsou si rovny
- klikový hřídel je absolutně tuhý, nedeformuje se přenosem sil a momentů, úhly mezi rameny, respektive klikovými čepy, jsou při zatěžování stále stejné
- neuvažuje se vliv tření a působení tíhového zrychlení

4.1 Vyvážení setrvačných sil rotačních a posuvných částí

Setrvačné síly jednotlivých válců se překládají do těžištní roviny válců kolmé na osu klikového hřídele. Síly působící v jednotlivých válcích jsou stejné a jsou rovny:

$$P_r = m_r \cdot r \cdot \omega^2 \text{ [N]} \quad (4)$$

Setrvačné síly rotačních hmot jsou konstantní co do velikosti a působí vždy ve směru ramene příslušné kliky. Na obrázku je znázorněn čelní pohled na klikový hřídel s pravidelně rozloženými klikami, působící setrvačné síly P_r a jejich graficky provedený součet.



Obr.5: Vektorový součet sil P_r a P_I

Výsledný vektor z vektorového součtu setrvačných sil je nulový a bude nulový pro všechny polohy klikového hřídele i pro výslednou setrvačnou sílu P_I . V tomto případě jsou setrvačné

síly I řádu vyváženy. Vyváženost je způsobena pravidelností v tomto případě tvaru pravidelné hvězdice.

Setrvačná síla posuvných částí prvního řádu má velikost:

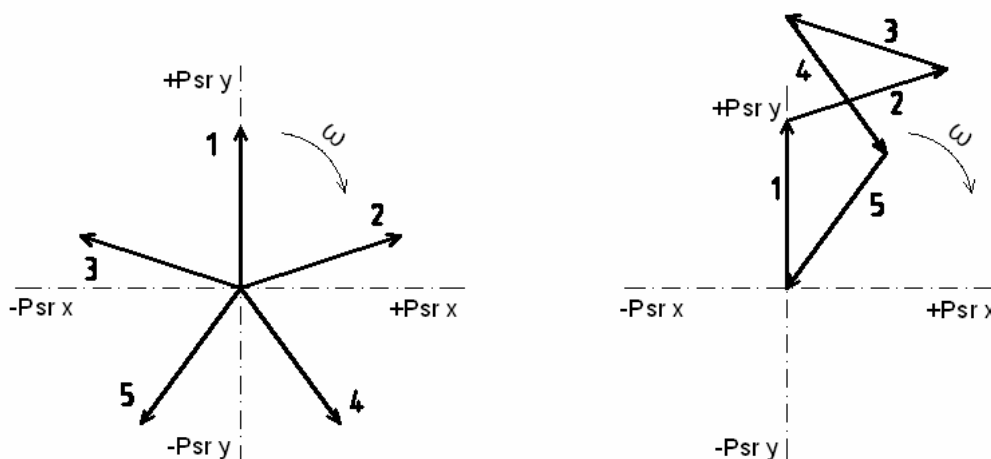
$$P_I = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \text{ [N]} \quad (5)$$

Nové schéma kliky vznikne pro síly II.řádu tak, že oproti setrvačné síle I.řádu má frekvenci 2α . Člen $\cos 2\alpha$ při hledání výslednice způsobuje, že vektor \vec{F}_{II} rotuje dvojnásobnou úhlovou rychlostí než kliková hřídel. To znamená, že pro určitý úhel pootočení kliky hřídele α bude příslušný vektor \vec{F}_{II} svírat s osou válce úhel 2α . Vektor \vec{F}_{II} bude působit ve směru příslušné pomyslné kliky pootočené oproti skutečné klice o dvojnásobný úhel. Vztah pro výpočet setrvačné síly II.řádu pak má velikost:

$$P_{II} = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2 \cdot \alpha \text{ [N]} \quad (6)$$

kde:

$$\lambda = \frac{r}{l} \text{ [-]} \text{ je ojnicí poměr, v němž } l \text{ je délka ojnice.} \quad (7)$$



Obr.6: Vyvážení setrvačných sil posuvných II.řádu

Z obrázku plyne, že setrvačné síly I. u II. řádu jsou vyváženy, když výsledná setrvačná síla všech válců příslušného řádu je nulová. Rotační síly jsou vyváženy, když výslednice polynomu vektoru o velikosti $F_r = m_r \cdot R \cdot \omega^2$ je nulová. Protože nevyvážené setrvačné síly posuvné působí jen v rovině os válce, není možné je vyvažovat vývažky na klikovém hřídeli.

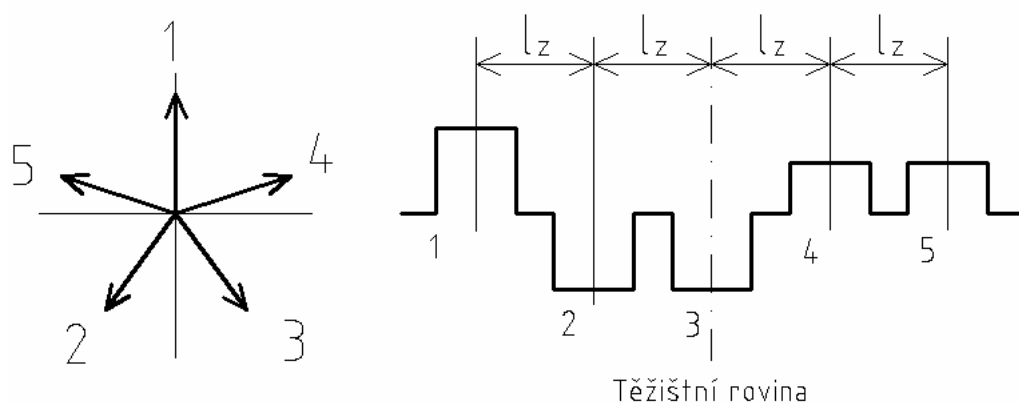
4.2 Vyvážení momentů od setrvačných sil rotačních a posuvných částí

Od jednotlivých sil budou vznikat momenty, které se snaží s motorem otáčet kolem osy kolmé k rovině procházející osami válců. Podle pořadí zapalování se mění velikost i směr

výsledných amplitud momentu. Podle zadaného pořadí zapalování stanovím koeficient pro moment od posuvných částí prvního řádu K_I a koeficient pro moment od posuvných částí druhého řádu K_{II} určujících velikost výsledných amplitud vznikajících momentů. Koeficient pro výpočet amplitud momentu od rotujících hmotností K_r je roven koeficientu pro výpočet amplitudy momentu od posuvných hmotností prvního řádu pro shodné pořadí zapalování. Po zvolení těžištní roviny, kterou volím ve středu zalomení 3. válce tak, aby rameno na němž působí síly, bylo násobkem rozteče válců a viz obr.7.

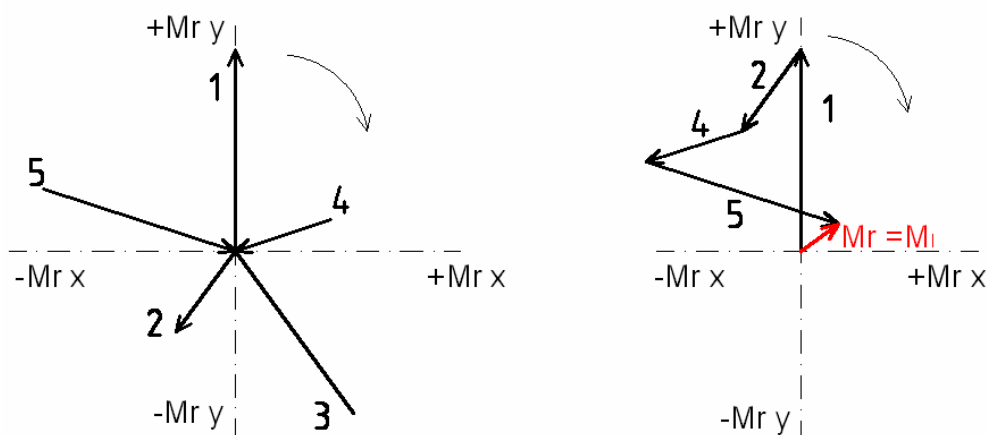
Pořadí zapalování	$K_r=K_I$	K_{II}
1-2-4-5-3	0,449	4,98

Tabulka 2. Koeficient momentu



Obr.7: Těžištní rovina klikového hřídele

Ze schématu pro vyvážení momentů setrvačných sil je patrné, že vektory momentů příslušící klikám hřídele umístěných vlevo od těžištní roviny mají opačný smysl než vektory momentů příslušící klikám ležící napravo od těžištní roviny. Vektory momentů příslušných klikám nalevo od těžištní roviny směřují ze středu, vektory momentů příslušných klikám napravo směřují do středu. Vektory momentů uvažované v těžištní rovině hřídele, kde se sčítají, jsou kolmé na roviny příslušných rovin klikového hřídele a svírají mezi sebou stejné úhly jako ramena klikových čepů.



Obr.8: Schéma vyvážení momentu M_r a M_i

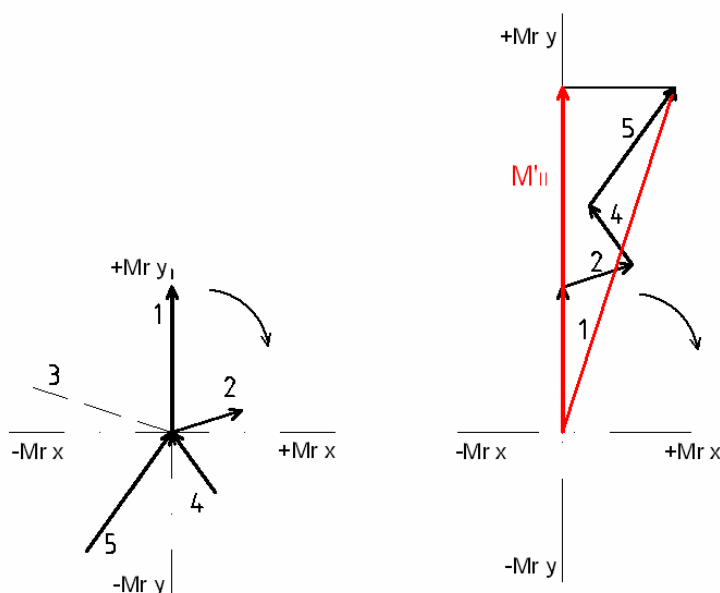
Výslednice vektorů momentů \overrightarrow{Mr} udává co do směru i velikosti přímo výsledný nevyvážený moment rotujících částí, který působí v rovině kolmé na tento vektor. Tento moment setrvačných rotačních sil lze vyvážit vývažky na klikovém hřídeli umístěnými tak, aby působily stejným velikým momentem proti nevyváženému momentu rotačních sil.

Moment od setrvačných sil rotujících částí můžeme vyjádřit:

$$M_r = K_r \cdot m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z \cdot \cos \alpha \text{ [Nm]} \quad (8)$$

Velikost momentů od setrvačných sil posuvných částí I. řádu:

$$M_I = K_I \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z \cdot \cos \alpha \text{ [Nm]} \quad (9)$$



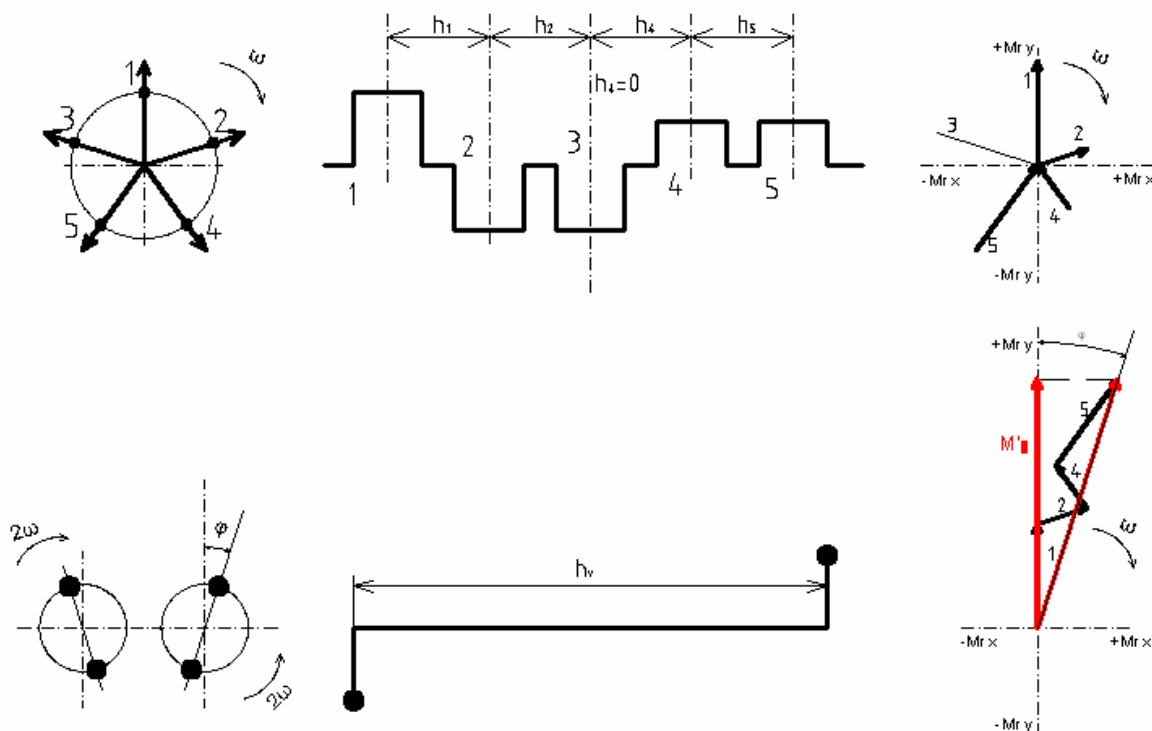
Obr.9: Vyvážení momentu setrvačných sil posuvných II.řádu

Při stanovení výsledného nevyváženého momentu od setrvačných sil posuvných II.řádu se postupuje v podstatě stejně jako u momentu setrvačných sil posuvných I.řádu včetně využití pootočených vektorů momentů. Vektorový polygon se však řeší podle klikového hřídele II.řádu.

Protože ojnicní poměr λ je menší než jedna, jsou amplitudy momentů setrvačných sil posuvných II. řádu menší než amplitudy setrvačných sil posuvných I. řádu.

$$M_{II} = K_{II} \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha \text{ [Nm]} \quad (10)$$

K vyvážení momentu M_{II} je nutné použít dva protiběžné hřídele otáčející se dvojnásobnou úhlovou rychlostí než klikový hřídel. Tyto hřídele musí vyvodit moment o stejné velikosti jako moment M_{II} , ale opačného směru. Prakticky se moment vyvažuje jen ve zvláštních případech.



Obr.10: Umístění vývažků na vyvažovacím hřídeli pro M_{II}

4.3 Možnosti uspořádání vývažků na klikovém hřídeli

V této kapitole budu řešit vyvážení momentu od rotačních částí M_r a moment prvního řádu od posuvných částí M_I .

K vyvážení momentu M_r je možné použít metodu silového nebo momentového vyvážení. Metoda silového vyvážení je založena na odstranění sil od rotujících hmotností na jednotlivých zalomeních klikového hřídele. Na ramenech každého zalomení klikového hřídele jsou vývažky o hmotnosti m způsobující sílu stejné velikosti jako P_r , jen opačným směrem. Silová metoda sice snižuje namáhání ložisek, ale zvyšuje hmotnost klikového hřídele. Metoda momentového vyvážení odstraňuje moment M_r momentem M stejné velikosti, ale opačným směrem. Momentová metoda vede na klikový hřídel o menší hmotnosti, avšak způsobuje větší namáhání klikového hřídele ohybovým momentem. Minimální hmotnost tedy lze dosáhnout umístěním vývažků na krajní ramena klikového hřídele, ale na druhou stranu také maximálního ohybového momentu.

K úplnému vyvážení momentu M_I by bylo zapotřebí dvou protiběžných vyvažovacích hřídelí otáčejících se shodnými otáčkami jako kliková hřídel. Hřídel musí působit momentem M v opačném směru a stejné velikosti jako moment M_I . Na každé hřídeli pak jsou vývažky o hmotnosti m vyvažující polovinu momentu. Z toho vyplývá, že jeden hřídel lze ztotožnit s klikovým hřídelem. Při umísťování vývažků je možné volit buď metodu silového nebo momentového vyvážení.

4.3.1 Momentové vyvážení

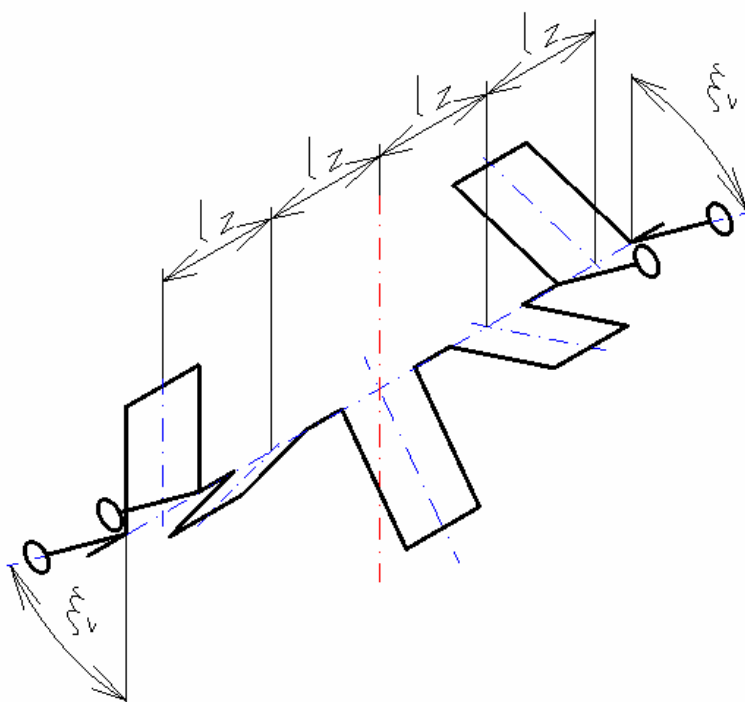
Při momentovém vyvážení musí vývažky působit stejně velkým momentem proti momentu od rotačních částí M_r a při přeložení poloviny momentu M_I ještě momentem o poloviční velikosti proti momentu od posuvných částí prvního řádu M_I . Tyto momenty mají při maximální amplitudě momentu M_I stejný směr, tedy velikost momentu od vývažku M_v lze vyjádřit:

$$M_v = M_r + \frac{1}{2} M_I \text{ [Nm]} \quad (11)$$

Pomocí roviny vývažku je možné vyjádřit úhel těžiště vývažku od roviny prvního zalomení:

$$\xi_v = \pi - \left(\zeta + \frac{\pi}{2} \right) [^\circ] \quad (12)$$

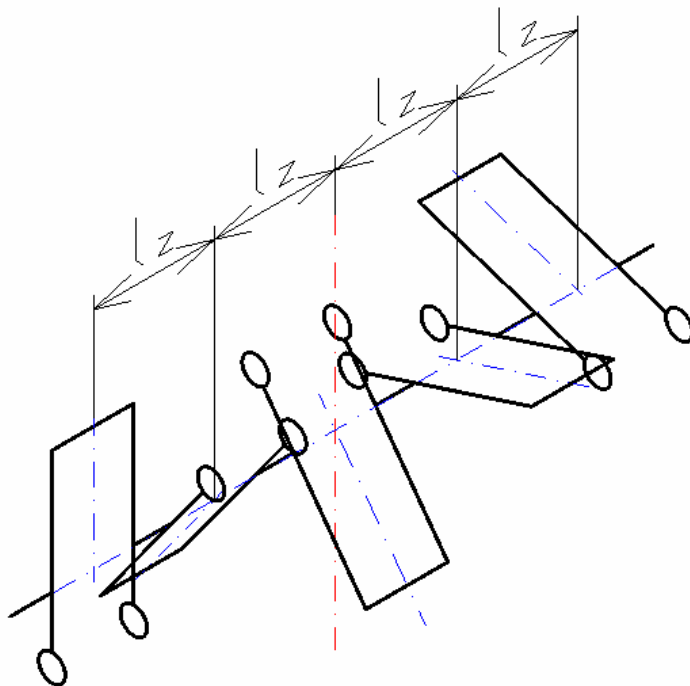
kde ζ_v je úhel vyjadřující směr výslednic momentů M_r , M_I od 1. kliky proti směru otáčení. Poloha vývažků na klikovém hřídeli je naznačena na obrázku číslo 11.



Obr.11: Umístění vývažků pro momentové vyvážení

4.3.2 Silové vyvážení

Při silovém vyvážení musí vývažky působit stejně velkou silou proti síle rotačních částí P_r na jednotlivých zalomeních, tedy velikost síly od vývažků P_v na jednom zalomení lze vyvážit viz. obr.12.



Obr.12: Umístění vývažků pro silového vyvážení

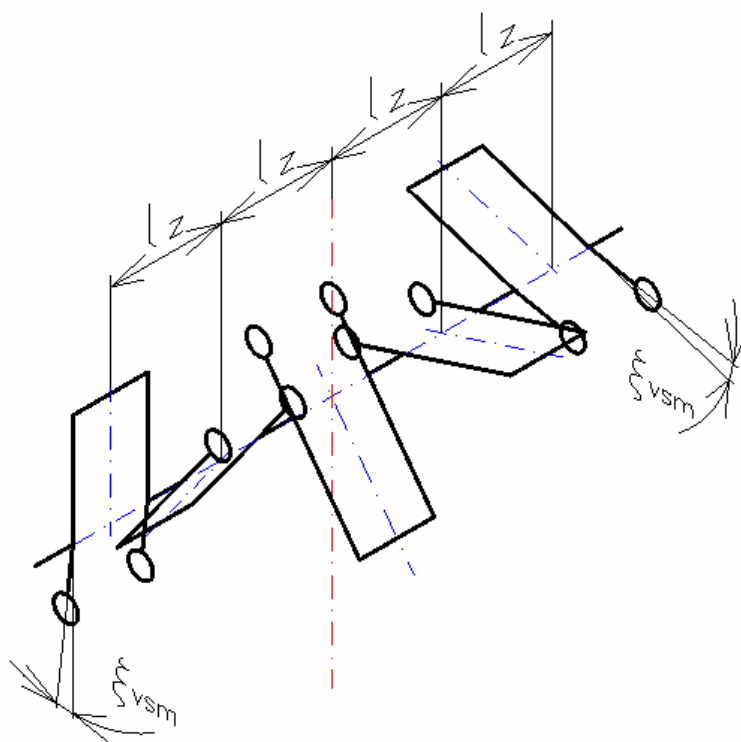
4.3.3 Kombinace silového a momentového vyvážení

Kombinací silového a momentového vyvážení lze dospět ke kompromisu mezi hmotností klikového hřídele a ohybovým momentem namáhající klikový hřídel. Takto je silově vyvážen z částí a zbytek je vyvážen momentově. Je však nutné vypočítat polohu těžiště sdružených vývažků od roviny prvního zalomení pro silové a zároveň momentové vyvážení. Tento výpočet lze provést složením sil od vývažků pro silové vyvážení P a sil od vývažků pro momentové vyvážení P .

$$P_{vsm} = \sqrt{P_{vs}^2 + P_{vm}^2 - 2 \cdot P_{vs} \cdot P_{vm} \cdot \cos(\nu)} \text{ [N]} \quad (13)$$

Úhel od roviny zalomení:

$$\xi_{vsm} = \arcsin\left(\frac{P_{vm0,5} \sin(\nu)}{P_{vsm}}\right) [^\circ] \quad (14)$$



Obr.13: Umístění vývažků pro kombinaci silového a momentového vyvážení

4.4 Velikost vývažku

Pro návrh velikosti vývažku vypočítám sílu, jenž musí vývažek vyvodit pro vyvážení klikového mechanismu. Tato síla se vypočítá ze vztahu:

$$P_v = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \text{ [N]} \quad (15)$$

kde:

m_v [kg] - je hmotnost vývažku

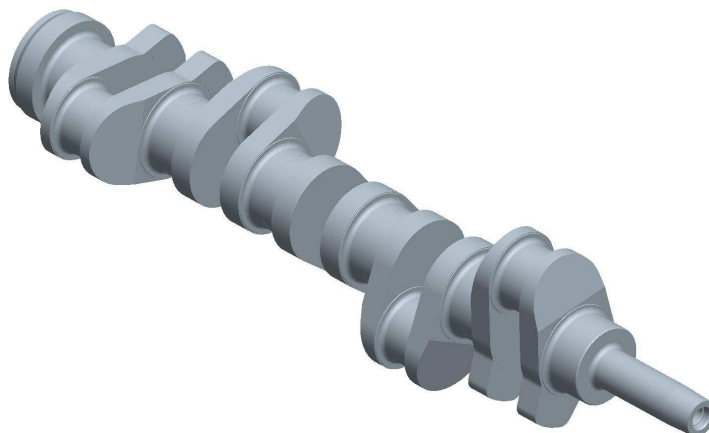
r_v [m] - je poloměr rotace těžiště vývažku

ω [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$] - je úhlová rychlost otáčení klikového hřídele

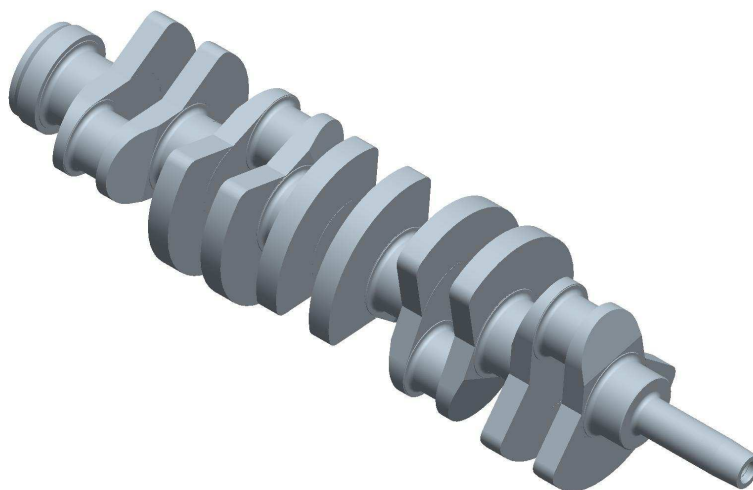
Tohoto jsem využil při modelování jednotlivých vývažků a jejich následné analýze hmotnosti a polohy těžiště.

Navrhl jsem tři varianty vyvážení klikového hřídele:

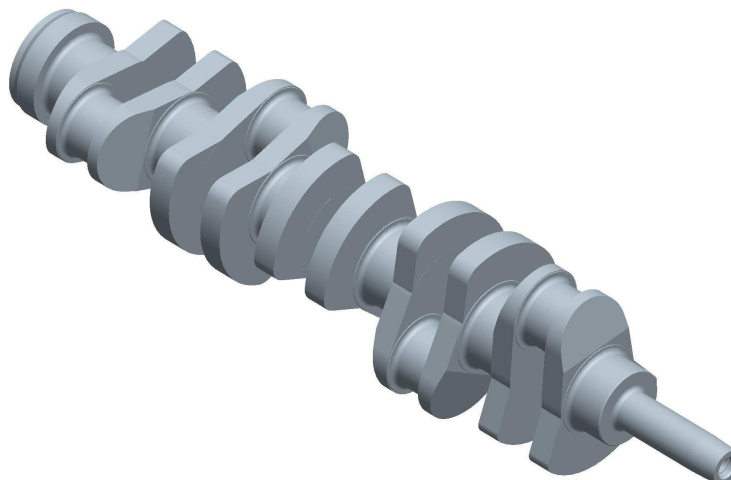
- momentové vyvážení s umístěním vývažků v páru na 1. a 5. zalomení,
- silové vyvážení s umístěním vývažků na každém zalomení,
- kombinované vyvážení s umístěním poloviny silového vyvážení na každém zalomení a přidání na 1. a 5. zalomení poloviční momentové vyvážení.



obr.14: Momentové vyvážení s umístěním vývažků v páru na 1. a 5. zalomení



obr.15: Silové vyvážení s umístěním vývažků na každém zalomení

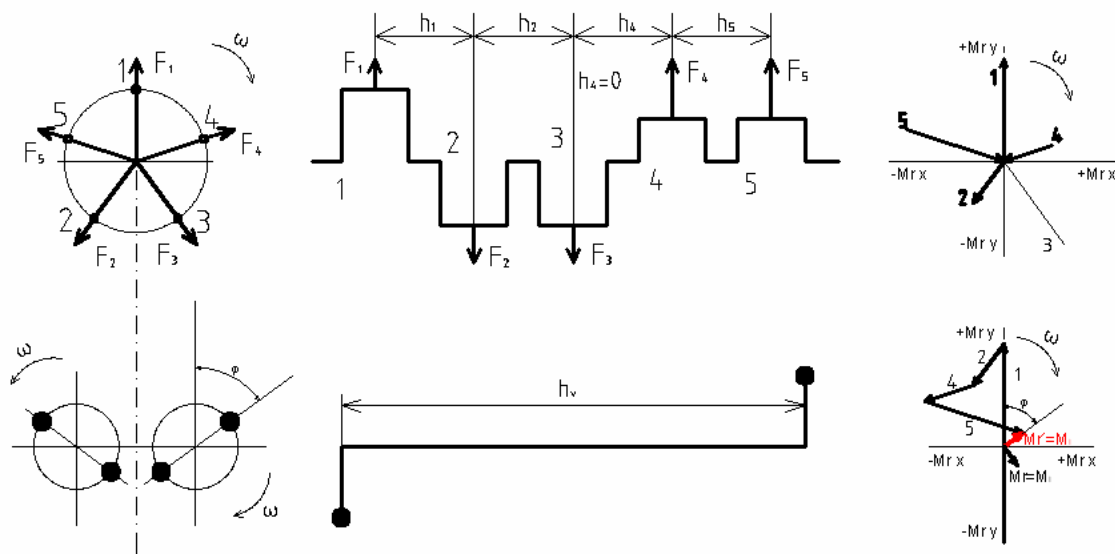


obr.16: Kombinované vyvážení s umístěním poloviny silového vyvážení na každém zalomení a přidání na 1.a 5. zalomení poloviční momentové vyvážení

5 Vyvážení momentu setrvačných sil posuvných I. řádu

Na obrázku vidíme vyvážení momentu M_I . Protože síly vyvozují výsledný nevyvážený moment působící jen v rovině os válců, není jej možné, na rozdíl od momentu setrvačných sil rotujících součástí, vyvážit pouhou dvojicí vývažků umístěných na klikovém hřídeli. Moment setrvačných sil posuvných I. řádu je možné eliminovat vývažky na dvou pomocných vyvažovacích hřídelích. Vyvažovací hřídele VH1 a VH2 jsou poháněny převodem od klikového hřídele tak, aby se otáčely proti sobě úhlovou rychlostí klikového hřídele ω . Uvedené řešení je řešeno pro polohu klikového hřídele, při níž je první válec v horní úvratí. Této poloze odpovídá úhel natočení vývažků vůči rovině os válců. Nevýhodou tohoto způsobu vyvážení je složitější konstrukce a zvýšení hmotnosti motoru. Prakticky je možné použít jednoho vyvažovacího hřídele otáčejícího se úhlovou rychlostí ω proti směru otáčení klikového hřídele, přičemž vývažky, které by byly na druhém vyvažovacím hřídeli, jsou umístěny přímo na klikovém hřídeli. Vyvažovací hřídel bývá většinou umístěn v klikové skříni, pod osou klikového hřídele nebo vedle klikového hřídele.

Zvolil jsem metodu, kde jsem jeden vyvažovací hřídel ztotožnil s klikovým hřídel, na kterém vyvážím moment M_v a na vyvažovacím hřídeli moment M_{vh} .

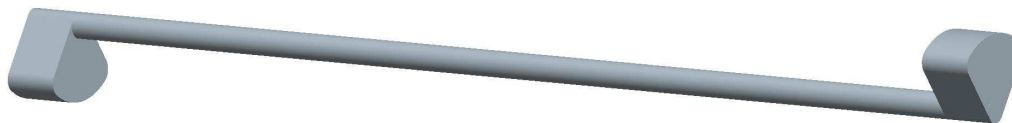


Obr.17: Poloha umístění vývažku na vyvažovacím hřídeli

5.1 Vyvažovací hřídel

Vývažky na vyvažovacím hřídeli musí působit stejně velkým momentem proti polovině momentu od posuvných částí prvního řádu M_I . Tyto momenty mají při maximální amplitudě momentu M_I stejný směr, tedy velikost momentu od vývažků na vyvažovacím hřídeli je M_{vh} a lze ji vyjádřit:

$$M_{vh} = \frac{1}{2} M_I \text{ [Nm]} \quad (16)$$



Obr.18: Vyvažovací hřídel

Tento hřídel jak bylo řečeno se bude otáčet opačným směrem než klikový hřídel a se shodnými otáčky jako klikový hřídel.

5.2 Pohon vyvažovacího hřídele

Vyvažovací hřídel jsem k modelu klikového mechanismu připojil metodou redukce tak, že jsem pohon hřídele považoval za dokonale tuhý a moment setrvačnosti vyvažovacího hřídele by se tedy naredukoval do místa hnacího kola na klikový hřídel. Z důvodu nízkého momentu setrvačnosti vyvažovacího hřídele tento moment v dalších výpočtech zanedbávám.

Spojení klikového hřídele a vyvažovacího hřídele tak, aby se otáčely stejnou rychlostí ale opačného smyslu otáčení, lze docílit buď použitím evolventního soukolí s přímým nebo šikmým ozubením nebo za pomoci řetězu.

6 Torzní kmitání

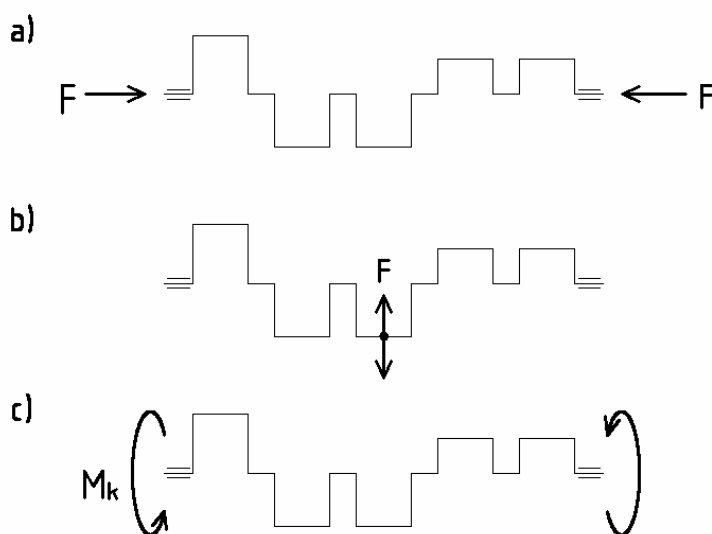
6.1 Podstata a význam torzního kmitání

Při výpočtu spalovacího motoru je jedním z nejdůležitějších úkolů zvládnout dynamiku klikového mechanismu. Se základním pevnostním výpočtem a vyvážením mechanismu jako celku, je třeba zabývat se i jeho kmitáním. Kmitání klikového hřídele je jednou z hlavních příčin jeho vážných poruch. Proto je nezbytné, brát problematiku kmitání klikového hřídele velmi zodpovědně v úvahu. Každé mechanické kmitání je vyvoláno a udržováno periodicky proměnnými silami, které působí na soustavu hmot s pružnou vazbou, tj. na soustavu schopnou kmitat. Takovou soustavou je i klikový mechanismus spalovacího motoru.

U klikového hřídele dochází za provozu ke třem druhům kmitání viz. obr. 19 :

- Kmitání podélné – klikový hřídel se periodicky osově zkracuje nebo prodlužuje
- Kmitání ohybové – ohybová síla působí ve směru kolmém na osu klikového hřídele
- Kmitání torzní – kroucení kolem osy klikového hřídele

Jak dokázala praxe a měření, je nejnebezpečnější kmitání torzní. Při torzním kmitání vzniká rychle proměnlivé zkrucování klikového hřídele, které se superponuje na statická nakroucení vlivem tangenciálních sil na klikových čepech, jež se dále přes ramena klikového hřídele přenáší na hlavní čepy a způsobují nerovnoměrnou úhlovou rychlost klikového hřídele jako celku a tím vyvolávají nerovnoměrnost chodu motoru. V případě, kdy frekvence sil budících kmitání souhlasí s vlastní frekvencí soustavy hmotností, dochází k rezonancím. Příslušné kritické otáčky se projevují obvykle značným hlukem a chvěním.



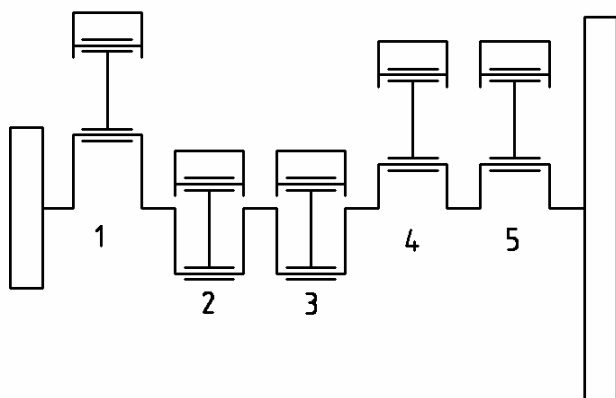
Obr.19: Druhy kmitání

6.2 Náhradní soustava motoru

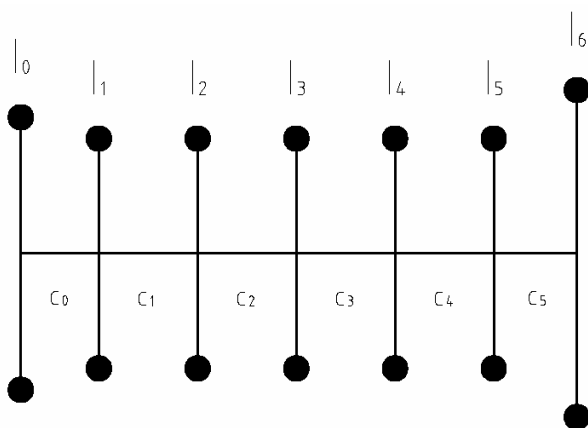
Torzního kmitání se účastní celý klikový mechanismus. To znamená, že vlivem proměnlivé rychlosti posuvných hmot a kývajících ojnic je v průběhu otáčky proměnlivá i kinetická energie mechanismu, tím i výsledný moment setrvačnosti. Stejně i tuhost hřídele (pružná délka) je vlivem vícenásobného uložení klikových hřídelů závislá na úhlu otočení kliky a tedy časově proměnlivá. Uvažováním těchto změn by se však nesmírně komplikoval výpočet a v praxi se proto při řešení základních druhů torzního kmitání tyto změny zanedbávají.

Náhradní soustava, která nahrazuje skutečnou torzní soustavu motoru, se proto volí tak, aby s ní byla energeticky ekvivalentní pouze pro střední hodnotu časového průběhu. Stanoví se za těchto zjednodušujících předpokladů:

- hmoty jsou konstantní, nezávislé na čase,
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase,
- hmoty mechanismů jsou redukovány do rovin v osách válců kolmých na osu hřídele,
- redukováný hřídel je nehmotný.



Obr.20: Schéma základní soustavy motoru



Obr.21: Schéma náhradní torzní soustavy motoru

Klikový hřídel se redukuje na hřídel hladký stálého průřezu, obvykle s průměrem hlavního ložiskového čepu. Výpočet je jednodušší, jsou-li hmoty jednotlivých klikových mechanismů stejné, je-li soustava homogenní.

6.2.1 Redukce hmot

Při redukci hmotnosti se vychází z předpokladu, že kinetická energie náhradní soustavy je stejná jako u původního klikového mechanismu. Redukovaný moment setrvačnosti pro jednotlivá zalomení se vypočítá:

$$I_{oj_rot} = m_{oj_rot} \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]} \quad (17)$$

kde:

m_{oj_rot} [kg] – hmotnost rotační části ojnice

r [m] – poloměr klikového hřídele

Redukce posuvných hmot obsahuje hmotnost pístní skupiny (píst, těsnící a stírací pístní kroužky, pístní čep, pístní kroužky a posuvné části ojnice). Pro výpočet momentu setrvačnosti posuvných částí jednoho zalomení platí vztah:

$$I_{pos} = \left[(m_{p_sk} + m_{oj_pos}) \cdot \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right] \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]} \quad (18)$$

kde:

m_{p_sk} [kg] – hmotnost pístní skupiny

m_{oj_pos} [kg] – hmotnost posuvné části ojnice

λ [-] – ojniční poměr

r [m] – poloměr klikového hřídele

Výsledný moment setrvačnosti získáme sečtením momentů setrvačnosti rotačních a posuvných částí.

$$I_{celk_zal_i_z} = I_{oj_rot} + I_{zal_i_z} + I_{pos} [kg \cdot m^2] \quad (19)$$

kde:

$I_{oj_rot} [kg \cdot m^2]$ - moment setrvačnosti rotační části ojnice

$I_{zal_iz} [kg \cdot m^2]$ - moment setrvačnosti i-tého zalomení klikového hřídele

$I_{pos} [kg \cdot m^2]$ - redukovaný moment setrvačnosti posuvných hmot pístní skupiny

Moment setrvačnosti náhradního kotouče na straně setrvačníku získáme sečtením momentu setrvačnosti setrvačníku a části klikového hřídele pro umístění setrvačníku:

$$I_{celk_setr} = I_{setr} + I_{kon_setr} [kg \cdot m^2] \quad (20)$$

kde:

$I_{setr} [kg \cdot m^2]$ – moment setrvačnosti náhradního kotouče setrvačníku

$I_{kon_setr} [kg \cdot m^2]$ – moment setrvačnosti konce klikového hřídele na straně setrvačníku.

Moment setrvačnosti náhradního kotouče na straně řemenice získáme sečtením momentu setrvačnosti řemenice a části klikového hřídele pro umístění řemenice.

$$I_{celk_rem} = I_{rem} + I_{kon_rem} [kg \cdot m^2] \quad (21)$$

kde:

$I_{rem} [kg \cdot m^2]$ - moment setrvačnosti náhradního kotouče řemenice

$I_{kon_rem} [kg \cdot m^2]$ - moment setrvačnosti konce klikového hřídele na straně řemenice.

6.2.2 Redukce délek

Na redukovanou hřídel je kladen požadavek, aby měla stejnou pružnost jako hřídel skutečná. Redukuje se nejčastěji průměr hlavního čepu D_{red} a jeho délka l_{red} . Redukovaná hřídel se musí při působení krouticího momentu natočit o stejný úhel jako by šlo o hřídel skutečnou.

Redukovaná délka jednoho zalomení:

$$l_{red} = D_{red}^4 \cdot \left[\frac{b_{HC} + 0,4 \cdot D_{HC}}{D_{HC}^4} + \frac{b_{KC} + 0,4 \cdot D_{KC}}{D_{KC}^4} + \frac{r - 0,2 \cdot (D_{HC} + D_{KC})}{h_r b_r^3} \right] [m] \quad (22)$$

kde:

$D_{red} [m]$ je redukovaný průměr hlavního čepu

$D_{HC} [m]$ průměr hlavního čepu

$D_{KC} [m]$ průměr klikového čepu

$b_{HC} [m]$ šířka hlavního čepu

$b_{KC} [m]$ šířka klikového čepu

$b_r [m]$ tloušťka ramene

$h_r [m]$ šířka ramene zalomení

Redukovaná délka na straně setrvačníku:

$$l_{red_setr} = \frac{b_{HC}}{2} + l_p \cdot \frac{D_{red}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} \text{ [m]} \quad (23)$$

kde:

d_p [m] – průměr děr pro upevnění setrvačníku

l_p [m] – délka příruby pro setrvačník

Redukovaná délka na straně řemenice, pokud je konec klikové hřídele na straně řemenice stejného průměru jako je průměr hlavního čepu, tak platí:

$$l_{red-rem} = \frac{b_{HC}}{2} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} \text{ [m]} \quad (24)$$

7 Vlastní torzní kmitání

Jedná se o harmonický pohyb, který je vyvolán počátečním impulsem a v soustavě se udržuje bez působení vnějších sil a odporů. V soustavě ovšem působí vždy odpory, které tlumí volné kmitání a to po určité době zaniká. Tlumení je způsobeno pasivními odpory, což jsou odpory vznikající třením a jsou úměrné rychlosti kmitání.

Kmitavý pohyb je určen frekvencí kmitání, tzn. počtem kmitů za časovou jednotku a maximálními výchylkami jednotlivých hmot. Vlastní torzní kmitání se přenáší na otáčivý pohyb klikové hřídele a je na něm nezávislé.

Znalost vlastní frekvence je důležitá, protože, kdyby došlo ke shodě frekvence vlastního kmitání klikového mechanismu a frekvence periodicky působících sil v motoru, mělo by to za následek zesilování kmitů a vznik rezonance, což by vedlo k rychlému opotřebení částí motoru.

Protože vyšší frekvence vlastního kmitání klikové hřídele leží již mimo provozní otáčky motoru, tak v praxi většinou postačí znát jen dvě první frekvence vlastního kmitání. Po nahrazení složitějšího tvaru klikového hřídele za jednodušší soustavu skládající se z kotoučů soustředěných do os válců s určitým momentem setrvačnosti a spojeny nehmotnými kruhovými hřídeli s příslušnou torzní tuhostí c , kterou vypočítáme ze vztahu:

$$c = \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} \left[\frac{N \cdot m}{rad} \right] \quad (25)$$

kde:

G [MPa] - modul pružnosti ve smyku

I_p [m⁴] - polární kvadratický moment

Polární kvadratický moment pro kruhový průřez náhradního hřídele spočítáme pomocí vztahu:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} \text{ [m}^4\text{]} \quad (26)$$

Vlastní torzní kmitání se vnáší na rovnoměrný točivý pohyb a je na něm závislé. Předpokládá se, že je soustava v klidu při určení frekvence vlastního torzního kmitání. Maticový tvar pro pohybovou rovnici pro vlastní torzní kmitání má tvar.

$$M = \begin{bmatrix} I_{celk_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{celk_zal_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{celk_zal_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_setr} \end{bmatrix} [kg \cdot m^2]$$

$c_0 [Nm \cdot rad^{-1}]$	$c_1 [Nm \cdot rad^{-1}]$	$c_2 [Nm \cdot rad^{-1}]$
$2,227 \cdot 10^6$	$1,329 \cdot 10^6$	$1,329 \cdot 10^6$

$c_3 [Nm \cdot rad^{-1}]$	$c_4 [Nm \cdot rad^{-1}]$	$c_5 [Nm \cdot rad^{-1}]$
$1,329 \cdot 10^6$	$1,329 \cdot 10^6$	$1,828 \cdot 10^6$

Tabulka 3. Torzní tuhost

a C je matice tuhosti:

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 \end{bmatrix}$$

Výchylka e se vypočítá ze vztahu:

$$q = a \cdot e^{i\omega t} \quad (27)$$

kde:

a [-] je amplituda, po dosazení má pohybová rovnice tvar:

$$(-\Omega^2 \cdot M + C) \cdot a = 0 \quad (28)$$

kde:

Ω [Rad · s⁻¹]-úhlová rychlost vlastního kmitání.

Rovnice na výpočet odchylky lze převést na problém vlastních čísel:

$$(A - \lambda_{vc} \cdot I) \cdot x = 0 \quad (29)$$

kde:

$$A = M^{-1} \cdot C \quad (30)$$

$$\lambda = \Omega^2 \quad (31)$$

Z úhlové rychlosti vlastního kmitání vypočítáme frekvenci vlastního kmitání podle vztahu:

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} [Hz] \quad (32)$$

Jelikož absolutní hodnota amplitud jednotlivých hmot závisí na počátečním impulzu, tak určíme poměrné amplitudy a_i vztažené k amplitudě řemenice x_0 :

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} [-] \quad (33)$$

Do následující tabulky jsem zapsal výpočet prvních dvou vlastních frekvencí kmitání a jim příslušných poměrných amplitud, které jsem vypočítal pro tři varianty klikového hřídele.

Varianta vyvážení	N ₁ [Hz]	N ₂ [Hz]
momentové	317,7	860,7
silové	254,5	642,2
kombinované	285,9	749,6

Tabulka 4. Frekvence vlastního kmitání

7.1 Vynucené torzní kmitání

Vlastní torzní kmitání po krátkém čase vlivem tlumících odporů zanikne. Nebezpečné je vynucené torzní kmitání klikového hřídele vznikající působením periodicky proměnným kroutícím momentem na jednotlivých klikách. Toto kmitání může vést až ke zničení klikového hřídele. Proměnný kroutící moment se vyjádří jako harmonické kmitání s frekvencí ω a momentem nazývaným jako budící moment.

7.1.1 Budící moment a jeho harmonická analýza

Budícím momentem torzního kmitání klikového hřídele spalovacího motoru je točivý moment působící na jednotlivých klikách. Jeho průběh se periodicky mění v závislosti na čase nebo úhlu natočení klikového hřídele, proto ho je možné zapsat periodickou funkcí, kterou můžeme vyjádřit Fourierovou řadou. Furierovou řadou rozumíme součet nekonečného počtu jednoduchých sinových průběhů s různou amplitudou a frekvencí. Moment se rozkládá na řadu momentů s harmonickým průběhem a jednotlivé členy součtu nazýváme harmonickými složkami. Harmonická analýza je rozkladem periodické funkce na harmonické složky. Rozklad budícího momentu je nejvhodnější uskutečnit Furierovou analýzou v oboru komplexních čísel pomocí vztahu:

$$q_k = \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{i=1}^{n_p-1} \left[M_{k_i} \cdot e^{j \cdot \left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_p} \right)} \right] [\text{Nm}] \quad (34)$$

kde:

j [-] - imaginární jednotka

n [-] - počet vzorků

M_{k_i} [Nm] - budící moment

I [-] - číslo vzorku

Čtyřdobý spalovací motor má periodu točivého momentu ekvivalentní s dvěma otáčkami klikového hřídele, tak pak i harmonické složky jsou ekvivalentní s dvěma otáčkami. Řád κ rozeznáváme podle toho, kolik má harmonická složka period za jednu otáčku klikového hřídele. Tento řád je dán:

$$\kappa_k = \frac{1}{2} \kappa [-] \quad (35)$$

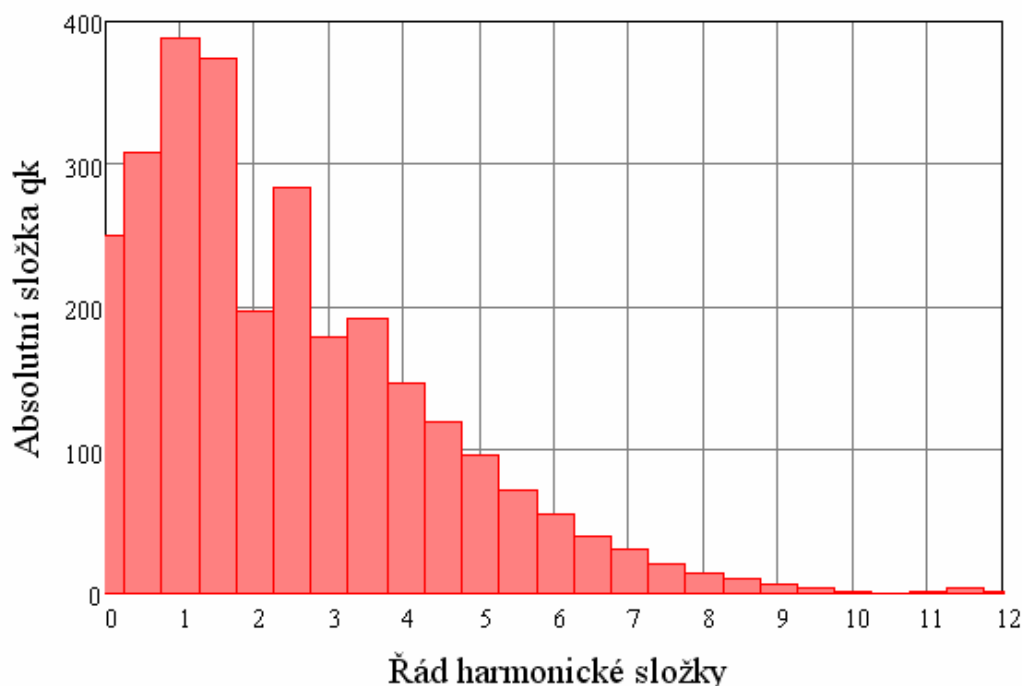
Hlavní složky harmonické složky, při které je vydatnost rezonance maximální jsou:

$$\kappa_{hl} = \frac{z}{2} k [-] \quad (36)$$

kde

z[-] - počet válců.

Rozklad točivého momentu do jednotlivých řádů harmonické složky je zobrazen na obr.22:



Obr.22: Rozklad budícího momentu do řádu harmonických složek

7.1.2 Kritické otáčky motoru

Každá z harmonických složek budícího momentu řádu κ vyvolává nezávisle na ostatních složkách vynucené torzní kmitání klikového hřídele s kmitající frekvencí stejnou s frekvencí harmonické složky. Při úhlové rychlosti otáčení ω má harmonická složka řádu κ úhlovou frekvenci. Pokud bude tato frekvence shodná s úhlovou frekvencí vlastních torzních kmitu soustavy, tak bude platit:

$$\Omega = \kappa \cdot \omega \quad [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (37)$$

Místo úhlové rychlosti je možné dosadit také otáčky motoru. Potom vztah pro frekvenci vlastního torzního kmitání vyjádřen počtem kmitů za minutu má tvar:

$$N = \frac{30 \cdot \Omega}{\pi} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (38)$$

Podmínku rezonance můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$\kappa \cdot n_{\text{rez}} = N \quad [\text{min}^{-1}] \quad (39)$$

kde:

$n_{\text{rez}} [\text{min}^{-1}]$ jsou rezonanční otáčky motoru, které lze získat úpravou vzorce 39:

$$n_{\text{rez}} = \frac{N}{\kappa} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (40)$$

Kritické otáčky pro řád harmonické $\kappa = 10$ pro tři varianty vyvážení jsou zapsané v tabulce. Předpokládané maximální provozní otáčky motoru jsou do 2460 min^{-1} . Kritické otáčky odpovídající provoznímu režimu jsou v tabulce zvýrazněny.

Řád harmonické $K[-]$	Kritické otáčky $n_{kr}[\text{min}^{-1}]$					
	momentové vyvážení		silové vyvážení		kombinované vyvážení	
	pro vlastní frekvenci		pro vlastní frekvenci		pro vlastní frekvenci	
	1.	2.	1.	2.	1.	2.
0,5	38124	103288	30542	77061	34304	89953
1	19062	51644	15271	38530	17152	44977
1,5	12708	34429	10181	25687	11435	29984
2	9531	25822	7636	19265	8576	22488
2,5	7625	20658	6108	15412	6861	17991
3	6354	17215	5090	12843	5717	14992
3,5	5446	14755	4363	11009	4901	12850
4	4766	12911	3818	9633	4288	11244
4,5	4236	11476	3394	8562	3812	9995
5	3812	10329	3054	7706	3430	8995
5,5	3466	9390	2777	7006	3119	8178
6	3177	8607	2545	6422	2859	7496
6,5	2933	7945	2349	5928	2639	6919
7	2723	7378	2182	5504	2450	6425
7,5	2542	6886	2036	5137	2287	5997
8	2383	6456	1909	4816	2144	5622
8,5	2243	6076	1797	4533	2018	5291
9	2118	5738	1697	4281	1906	4997
9,5	2007	5436	1607	4056	1805	4734
10	1906	5164	1527	3853	1715	4498

Tabulka 5. Kritické otáčky

Kritické otáčky pro 1. vlastní frekvenci jsou v provozním režimu motoru u všech variant klikových hřídelů. Kritické otáčky silově vyváženého klikového hřídele jsou již při řádu harmonické $\kappa=6$, kdežto u klikového hřídele s kombinovaným vyvážením při řádu harmonické $\kappa=7$ a u momentového vyvážení při řádu harmonické $\kappa=7,5$. Kritické otáčky pro 2. vlastní frekvenci se v provozním režimu vůbec nenachází ani pro jednu variantu klikového hřídele.

Tedy z hlediska kritických otáček je nejvhodnější metoda momentového vyvážení, ale jak bylo uvedeno v kapitole 4.3, je při této metodě klikový hřídel namáhán větším ohybovým momentem a k výraznějšímu rozdílu kritických otáček oproti jiným variantám nedošlo. Po analýze kritických otáček a namáháním ohybovým momentem je klikový hřídel s kombinovaným vyvážením vhodným kompromisem. Pro další analýzu volím klikový hřídel s kombinovaným vyvážením.

7.2 Výpočet přídatného torzního napětí

Této kontrole podrobím pouze klikový hřídel s kombinovaným vyvážení. Jedná se o poloviční silové a poloviční momentové vyvážení s umístěním momentových vývažků ve dvojicích na krajních zalomeních.

7.2.1 Vydatnost rezonančních kmitů

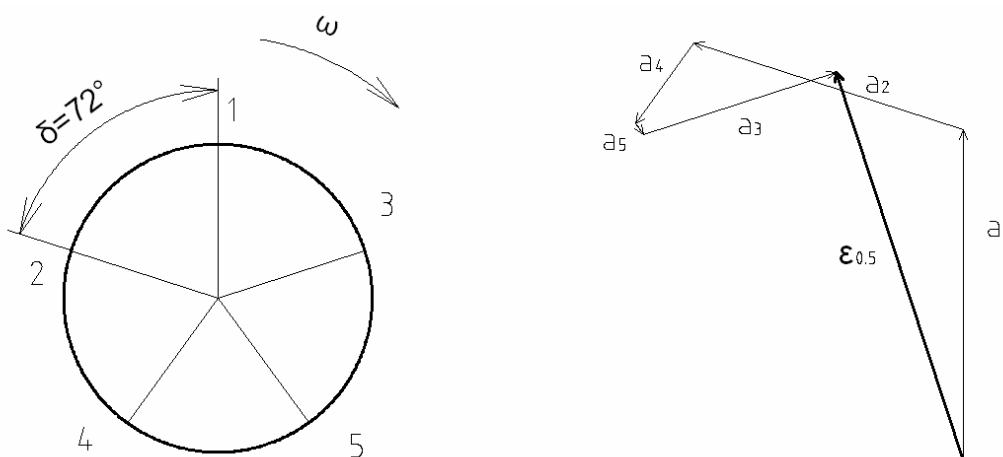
Při rezonančním kmitání je tvar výkmitové čáry podobný tvaru výkmitové čáry vlastního torzního kmitání. Pro výpočet vydatnosti jednotlivých harmonických složek sestavíme směrovou hvězdičku podle pořadí zapalování. Úhel rozestupu mezi jednotlivými vektory směrových hvězdic se vypočítá pomocí vztahu:

$$\sigma = \kappa \cdot \delta \text{ [}^\circ\text{]} \quad (41)$$

kde

κ [°] – úhel mezi jednotlivými vektory směrové hvězdice

δ [°] – úhel klikového hřídele mezi dvěma po sobě následujícími vzněty



Obr.23: Směrová hvězdice a polygon poměrných amplitud

Vztah pro výpočet vydatnosti rezonancí ϵ_k pro každý řád harmonické κ :

$$\epsilon_k = \sqrt{\left[\sum_{i_z} a1_{i_z} \cdot \cos(\sigma_{i_z}) \right]^2 + \left[\sum_{i_z} a1_{i_z} \cdot \sin(\sigma_{i_z}) \right]^2} \text{ [-]} \quad (42)$$

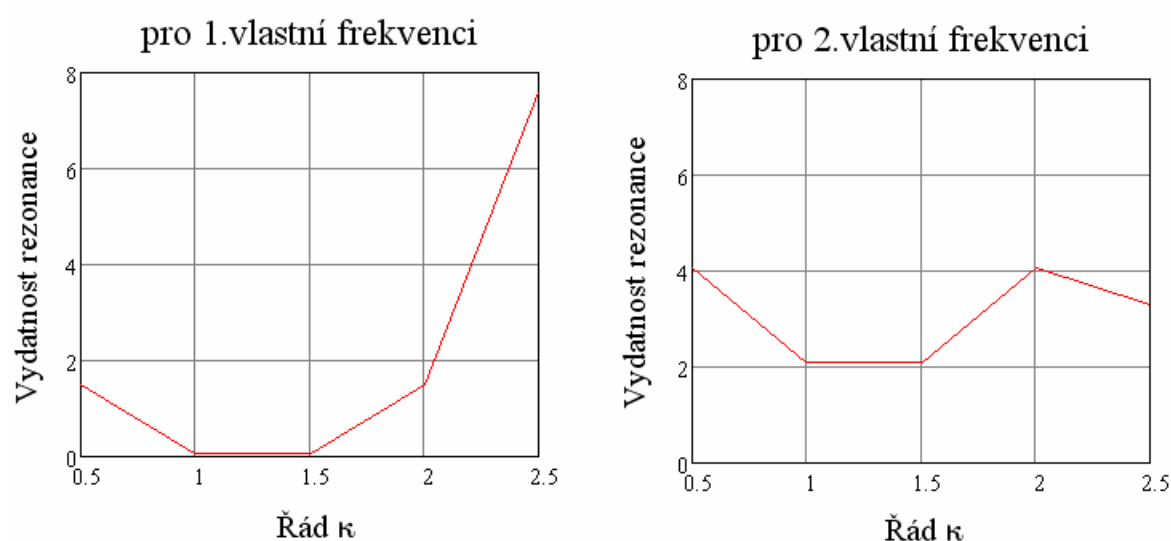
kde:

i_z [-] - počet poměrných amplitud shodných s počtem válců motoru

Výsledné hodnoty vydatnosti rezonancí jsou pro 1. a 2. vlastní frekvenci zapsané v tabulce.

Řád κ	1.vlastní frekvence	2.vlastní frekvence
$\kappa = 0,5; 3; 5,5; 8$	1.492	4.057
$\kappa = 1; 3,5; 6; 8,5$	0.037	2.103
$\kappa = 1,5; 4; 6,5; 9$	0.037	2.103
$\kappa = 2; 4,5; 7; 9,5$	1.492	4.057
$\kappa = 2,5; 5; 7,5; 10$	7.58	3.298

Tabulka 6. Vydatnost rezonancí



Obr.24: Vydatnosti rezonanci 1. vlastní frekvenci a 2. vlastní frekvenci

7.2.2 Torzní výchylky v rezonanci

Skutečná vydatnost rezonančních kmitů je ovlivněna velikostí amplitud budícího momentu a velikostí tlumícího odporu. Tlumení v klikovém mechanismu je uskutečňováno převážně pasivními odpory a vnitřním tlumením materiálu klikového hřídele. Početně by bylo velmi složité zjistit přesnou hodnotu součinitele tlumení, při výpočtu amplitudy se hodnota součinitele tlumení volí podle konstrukčně podobných motorů, u kterých součinitele útlumu jsou získané a ověřené měřeními.

Dalším předpokladem je, že tlumící odpory jsou malé a v rezonanci je tvar vynuceného kmitání stejný jako je tvar vlastního kmitání. Také uvažuji, že je utlumen jen kmitání hmot klikového ústrojí. Kmitání hmot řemenice, setrvačnicku a jiných hmot připojených klikovému mechanismu neberu v úvahu.

Při předpokladu, že v rezonanci je práce momentových prvků spotřebována na překonávání tlumících odporů, získáme úpravami vztah pro výpočet amplitudy rezonančních kmitů pro řadový motor ve tvaru:

$$\phi_{0_{-1j}} = \frac{(M_{h_j} \cdot \varepsilon_{1j})}{\Omega_{1s} \cdot \xi \cdot \left[\sum_i (a_{1i})^2 \right]} \quad [^\circ] \quad (43)$$

kde

M_{hi} [Nm]– absolutní hodnota rozkladu budícího momentu

ε_{li} [-]– vydatnost rezonance harmonické složky řádu κ

Ω [$Rad \cdot s^{-1}$]– úhlová rychlost rezonančního kmitání soustavy

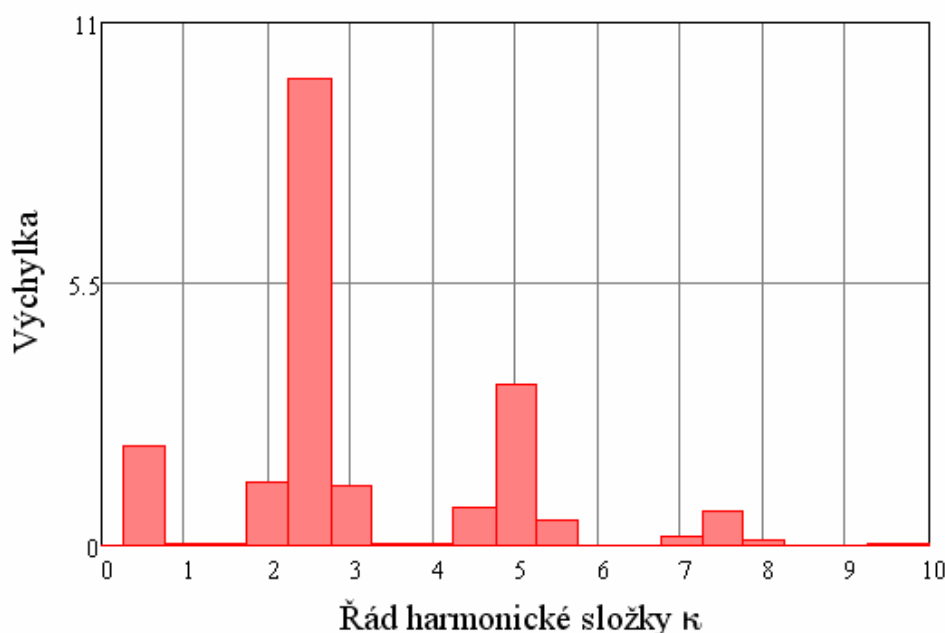
$\sum_i a_i^2$ [-]– součet kvadratických relativních rezonančních výchylek všech válců

ξ [$Nm \cdot s \cdot rad^{-1}$]–tlumicí odpor (získaný experimentálně, naměřená hodnota útlumu
 $\xi = 2.2 N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$)

Vypočítané hodnoty amplitud torzních kmitů volného konce hřídele pro rezonanční stav pro 1.a 2. vlastní frekvenci jsou uvedeny v tabulce.číslo 7.a graficky znázorněné na obr. 25:

κ [-]	natočení[deg]	
	1.vlastní frekvence	2.vlastní frekvence
0,5	2.09	1.669
1	0.07	1.096
1,5	0.06	1.052
2	1.33	1.064
2,5	9.79	1.249
3	1.22	0.972
3,5	0.03	0.539
4	0.02	0.414
4,5	0.81	0.645
5	3.36	0.429
5,5	0.5	0.397
6	0.01	0.156
6,5	0.01	0.114
7	0.2	0.163
7,5	0.71	0.091
8	0.1	0.077
8,5	0.002	0.029
9	0.001	0.016
9,5	0.03	0.021
10	0.04	0.006

Tabulka 7. Amplituda torzních kmitů volného konce



Obr.25: Výchylky volného konce klikového hřídele

Největší amplituda torzních kmitů volného konce hřídele pro rezonanční stav při 1.vlastní frekvenci je při řádu harmonické $\kappa=2,5$. Pro tento motor jsou maximální otáčky 2460ot./min. a proto v grafu je důležitá oblast v rozmezí řádů $\kappa=6,5$ až 10 pro vlastní frekvenci, protože hodnoty kritických otáček těchto řádů se nacházejí v provozním pásmu otáček spalovacího motoru.

Amplituda torzních kmitů volného konce hřídele pro rezonanční stav při 2. vlastní frekvenci leží mimo provozní pásmo otáček, proto je nemusíme brát v úvahu.

7.2.3 Namáhání torzními kmity

Torzní kmity namáhají klikový hřídel střídavě v krutu. Tento druh namáhání je v praxi mnohem větší oproti jiným druhům namáhání. Maximální napětí je v místě uzlu výkmitové čáry, to je místo největšího poměrného nakroucení. Polohu uzlu výkmitové čáry spočítáme pomocí vztahu:

$$a_{i,i+1} = a_i - a_{i+1} \quad [-] \quad (44)$$

kde:

a_i [-] - poměrná výchylka před uzlem výkmitové čáry

a_{i+1} [-] - poměrná výchylka za uzlem výkmitové čáry

Nejslabší místo klikového hřídele bývá většinou ojnicí čep. Vztah pro výpočet napětí v krutu v ojnicím čepu zní:

$$\tau = \frac{M_k}{W_\tau} \quad [\text{MPa}] \quad (45)$$

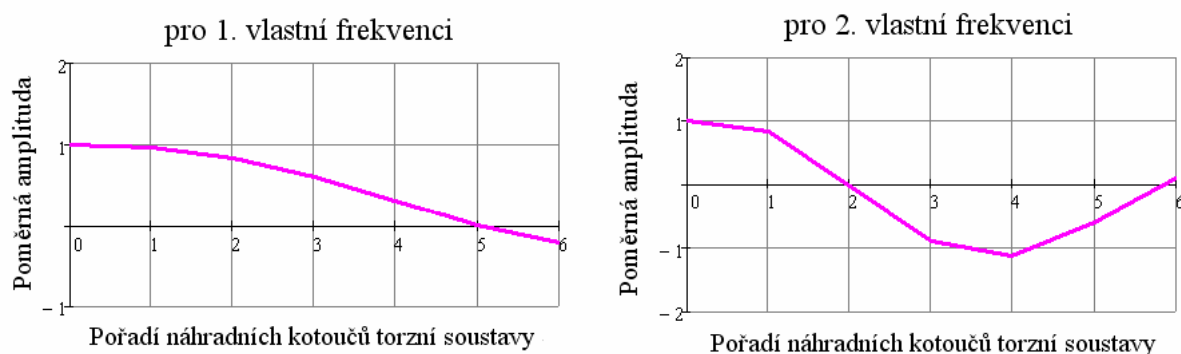
kde:

W_τ [-] - modul průřezu ojnicního čepu v krutu.

Pro kruhový průřez ojnicního čepu platí vztah:

$$W_\tau = \frac{\pi}{16} \cdot D_{kc}^3 \quad [\text{m}^3] \quad (46)$$

$$M_k = \phi_i \cdot \Delta a_{i,i+1} \cdot c_{i,i+1} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (47)$$



Obr.26: Výkmitová čára pro 1.a 2. vlastní frekvenci

Maximální torzní napětí	Při 1. vlastní frekvenci
τ_t [MPa]	19.4

Tabulka 8. Přídavné torzní napětí

Pro výpočet poměrného nakroucení jsem použil uzel kmitání, který se u 1.vlastní frekvence nachází mezi zalomením čtvrtého válce a setrvačníku. Jedná se o poměrné výchylky mezi a_4 a a_5 .

Přípustné přídavné namáhání torzními kmity je podle [1] $\tau=40\text{MPa}$. Klikový hřídel z pevnostního hlediska vyhovuje.

7.3 Tlumiče torzních kmitů

Tlumiče torzních kmitů jsou v podstatě přídavné torzní systémy skládající se obecně z pružného členu a hmotnosti. Připojují se k torzní soustavě motoru obvykle v místě největších torzních výchylek, takže na volném konci klikového hřídele. Tlumiče torzního kmitání můžeme rozdělit na:

- dynamické tlumiče:
 - silikonové tlumiče
 - pryžové tlumiče
 - třecí tlumiče
- kyvadlové eliminátory

Dnes se pro tlumení torzních kmitů u vozidlových motorů používají dynamické tlumiče silikonové, pryžové.

7.3.1 Silikonové tlumiče

Jsou to čisté viskózní tlumiče s tlumícím momentem úměrným rychlosti kmitů. Vlastní tlumič je tvořen skříní, v níž je uložen prstenec. Mezi skříní a prstencem je vytvořena malá mezera, která je vyplněna silikonovým olejem. Příslušný tlumící moment je značný, neboť silikonový olej se vyznačuje velkou viskozitou, málo se mění s teplotou.

7.3.2 Pryžové tlumiče

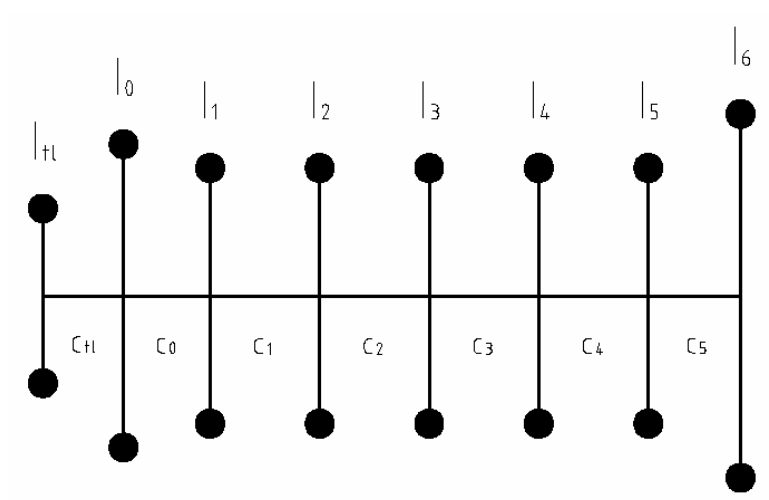
Jsou rozšířené u vozidlových motorů, neboť jsou výrobně jednoduché, tlumí torzní kmitání v celém rozsahu provozních otáček, mají vysokou účinnost až 80%, velkou provozní spolehlivost a životnost. Mají menší rozměry než tlumiče silikonové. Pryžový tlumič je v podstatě přídatná torzní soustava, která se skládá z hmoty a pružného členu, který je současně tlumícím členem.

7.4 Výpočet přídatného torzního napětí při použití tlumiče

Pro další řešení volím pryžový torzní tlumič. Tento tlumič navrhnu tak, aby hlavní parametry tlumiče vyhovovaly rozměrům řemenice, aby se dal jednoduše upevnit na sériové řemenice.

7.4.1 Vlastní torzní kmitání soustavy s tlumičem

Náhradní soustava doplněna tlumičem torzních kmitů.



Obr.27: Náhradní soustava

Pro návrh torzního tlumiče volím jeho moment setrvačnosti a dále vypočítám poměrnou velikost tlumiče:

$$\mu = \frac{I_{tl}}{I_{ef}} [-] \quad (48)$$

kde:

$I_{ef} [kg \cdot m^2]$ - je efektivní moment setrvačnosti soustavy bez tlumiče dané vztahem:

$$I_{ef} = \sum_i I_i \cdot a_i^2 [kg \cdot m^2] \quad (49)$$

kde:

$I_i [kg \cdot m^2]$ - jsou momenty setrvačnosti soustavy bez tlumiče

$a_i [-]$ - poměrné amplitudy soustavy bez tlumiče.

Úhlová rychlost vlastního kmitání tlumiče je dána vztahem:

$$\Omega_{tl} = \Omega \cdot w [rad \cdot s^{-1}] \quad (50)$$

kde:

$\Omega [rad \cdot s^{-1}]$ je úhlová rychlost vlastního kmitání soustavy bez tlumiče

$w [-]$ je optimální ladění tlumiče vypočítané:

$$w = \frac{1}{1 + \mu} [-] \quad (51)$$

Z těchto parametrů již lze vypočítat tuhost tlumiče:

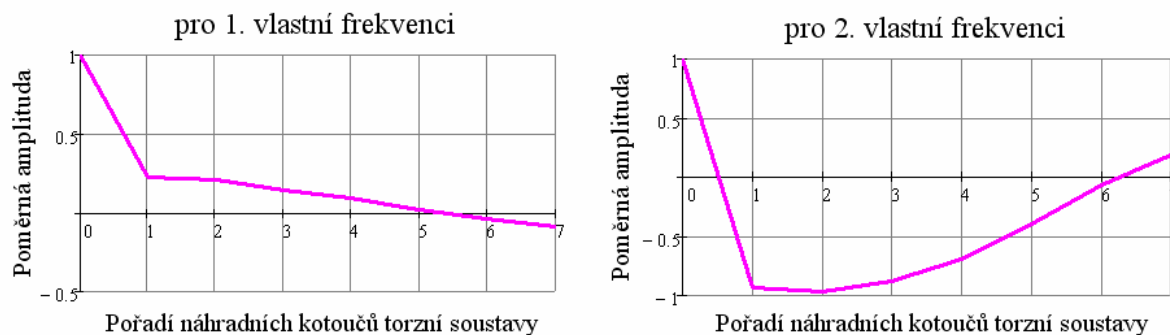
$$c_{tl} = I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2 [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (52)$$

Dále se při výpočtu vlastního kmitání postupuje stejně jako v kapitole 6, jen je potřeba doplnit matici hmotnosti o moment setrvačnosti tlumiče I_t a matici tuhosti o tuhost tlumiče c_t .

V tabulce jsou uvedeny první dvě vlastní frekvence soustavy s tlumičem.

Vlastní frekvence	
N1[Hz]	N2[Hz]
205.1	325.1

Tabulka 9. Vlastní frekvence soustavy s tlumičem



Obr.28: Výkmitová čára při 1.a 2. vlastní frekvence s tlumičem torzních kmitů

7.4.2 Kritické otáčky motoru s tlumičem

Po přidání tlumiče do soustavy se snížila vlastní frekvence, je třeba znovu určit kritické otáčky pro motor s tlumičem torzních kmitů.

Kritické otáčky motoru s tlumičem torzních kmitů jsou uvedeny v tabulce a otáčky odpovídající provoznímu režimu jsou v tabulce vyznačeny.

Řád harmonické κ [-]	Kritické otáčky [min^{-1}]	
	Pro 1.vlastní frekvenci	Pro 2.vlastní frekvenci
0,5	24614	39009
1	12307	19504
1,5	8205	13003
2	6154	9752
2,5	4923	7802
3	4102	6501
3,5	3516	5573
4	3077	4876
4,5	2735	4334
5	2461	3901
5,5	2238	3546
6	2051	3251
6,5	1893	3001
7	1758	2786
7,5	1641	2601
8	1538	2438
8,5	1448	2295
9	1367	2167
9,5	1295	2053
10	1231	1950

Tabulka 10. Kritické otáčky motoru s tlumičem

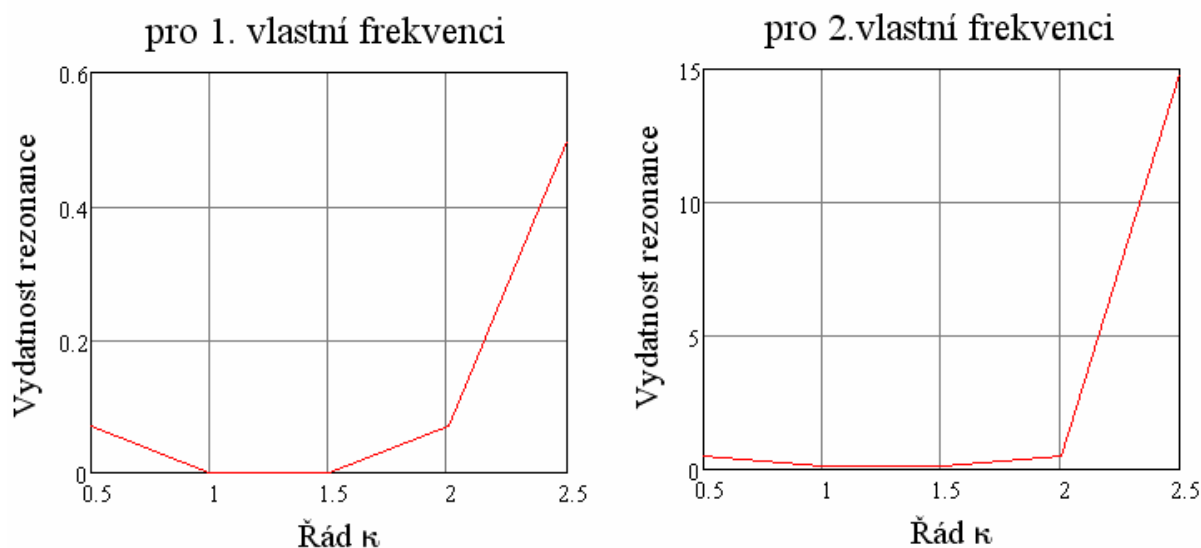
7.4.3 Vydátnost rezonance

Protože se změnila velikost poměrných amplitud a_i , je potřeba provést nový výpočet vydátnosti rezonance pro motor s tlumičem torzních kmitů.

Vypočítané vydátnosti rezonance jsou zobrazeny v tabulce pro 1. a 2. vlastní frekvenci.

vydátnost rezonance ε_{κ}	vlastní frekvence	
	1.	2.
$\kappa = 0,5; 3; 5,5; 8$	0.069	0.455
$\kappa = 1; 3,5; 6; 8,5$	0.001	0.097
$\kappa = 1,5; 4; 6,5; 9$	0.001	0.097
$\kappa = 2; 4,5; 7; 9,5$	0.069	0.455
$\kappa = 2,5; 5; 7,5; 10$	0.497	14.794

Tabulka 11. Vydátnost rezonance



Obr.29: Vydatnosti rezonancí pro 1.a 2. vlastní frekvenci kmitání s tlumičem

7.4.4 Torzní výchylka v rezonanci

Pro vyjádření velikosti torzních výchylek v rezonanci pro kmitání hřídele s tlumičem torzních kmitů použijí vztah:

$$\phi_{0_{-1_{if}}} = \frac{(M_{h_{if}} \cdot \varepsilon_{1_{if}})}{\Omega_1 \cdot \xi \cdot \left[\sum_{i_z} (a_{1_{i_z}})^2 + \xi_{tl} \cdot (a_{tl} - a_0)^2 \right]} \text{ [rad]} \quad (53)$$

kde:

a_{tl} [-]-poměrná výchylka tlumiče

$\Omega_{1_{-t}}$ [Rad · s⁻¹] – úhlová rychlost kmitání soustavy s tlumičem

ξ [Nm · s · rad⁻¹] – tlumící odpor tlumiče a můžeme ho vyjádřit:

$$\xi_{tl} = 2 \cdot \gamma \cdot I_{tl} \cdot \Omega \text{ [Nm · s · rad⁻¹]} \quad (54)$$

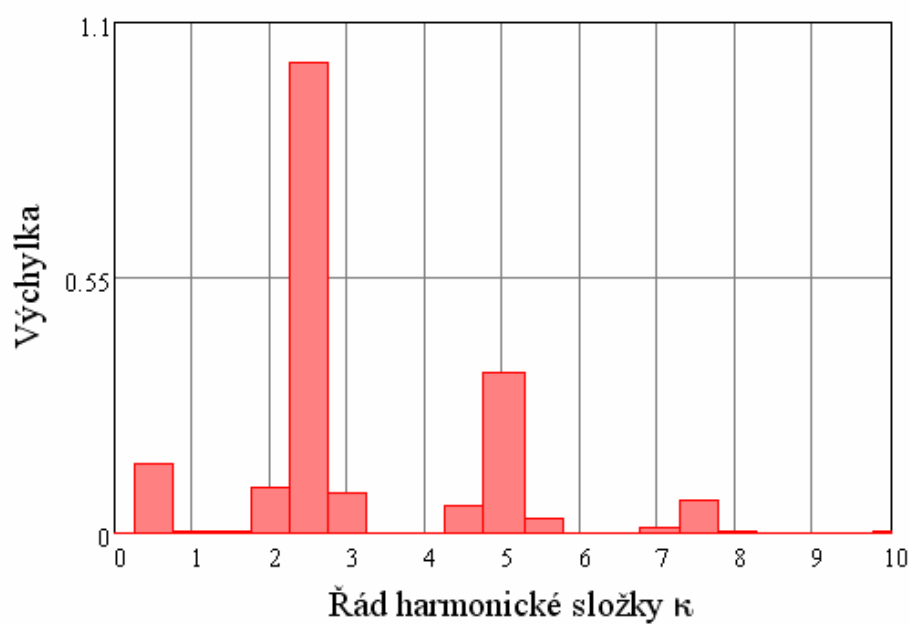
kde:

γ [-] poměrný útlum (podle lit. [1] volím $\gamma=0,08$ z rozsahu 0,08-0,12)

Vypočítané hodnoty amplitud torzních kmitů volného konce hřídele s tlumičem torzních kmitů pro rezonanční stav pro 1.a 2. vlastní frekvenci jsou uvedeny v tabulce. číslo12. a graficky znázorněné na obr. 35:

κ [-]	natočení[deg]	
	1.vlastní frekvence	2.vlastní frekvence
0,5	0.153	0.153
1	0.004	0.042
1,5	0.004	0.04
2	0.097	0.098
2,5	1.016	4.592
3	0.089	0.089
3,5	0.002	0.02
4	0.002	0.016
4,5	0.059	0.059
5	0.349	1.577
5,5	0.036	0.036
6	0.001	0.006
6,5	0.0004	0.004
7	0.015	0.015
7,5	0.074	0.334
8	0.007	0.007
8,5	0.0001	0.001
9	0.0001	0.001
9,5	0.002	0.002
10	0.005	0.021

Tabulka 12. Amplituda torzních kmitů volného konce



Obr.30: Výchylky volného konce klikového hřídele s tlumičem pro 1. vlastní frekvenci

Největší amplituda torzních kmitů volného konce hřídele s tlumičem torzních kmitů pro rezonanční stav při 1. vlastní frekvenci je při řádu harmonické $\kappa=2,5$. Pro tento motor jsou maximální otáčky 2460ot./min. a proto v grafu je důležitá oblast v rozmezí řádů $\kappa=5$ až 10 pro vlastní frekvenci, protože hodnoty kritických otáček těchto řádů se nacházejí v provozním pásmu otáček spalovacího motoru.

Amplituda torzních kmitů volného konce hřídele s tlumičem pro rezonanční stav při 2. vlastní frekvenci leží mimo provozní pásmo otáček, proto je nemusíme brát v úvahu.

7.4.5 Namáhání torzními kmity soustavy s tlumičem

Při výpočtu maximálního poměrného nakroucení počítám s poměrnými výchylkami v blízkosti uzlu.

Maximální přídatné torzní napětí je uvedeno v tabulce.

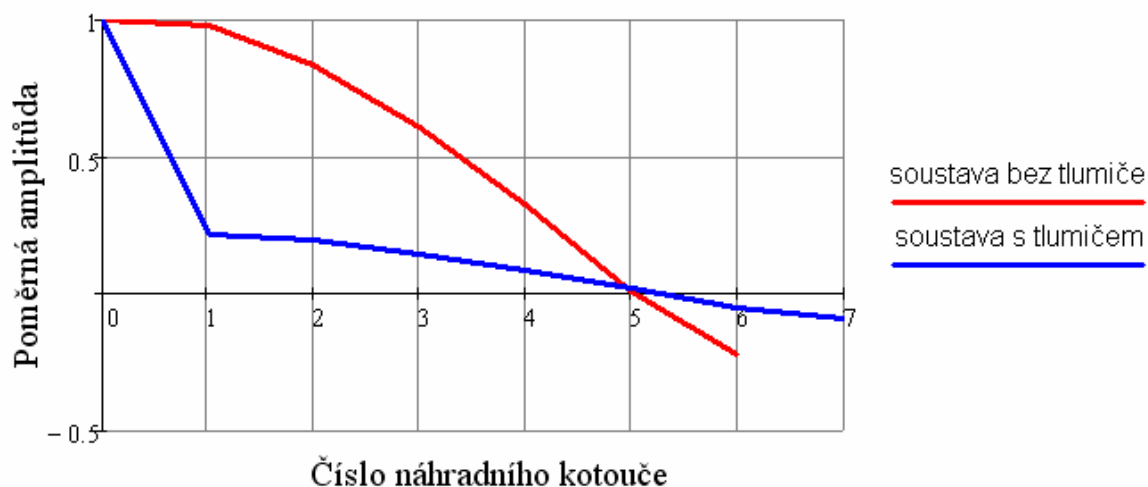
Maximální torzní napětí	Při 1. vlastní frekvenci	Při 2. vlastní frekvenci
τ_t [-]	3	7,2

Tabulka 13. Přídatné torzní napětí

Dovolené přídatné namáhání torzními kmity je nejvýše $\tau_t=50\text{MPa}$. Kdyby přídatné namáhání překročilo maximální dovolenou hodnotu, klikový hřídel by bylo potřeba konstrukčně upravit nebo utlumit, aby nedošlo k únavovým lomům klikového hřídele. Z hlediska torzních kmitů klikový hřídel vyhovuje.

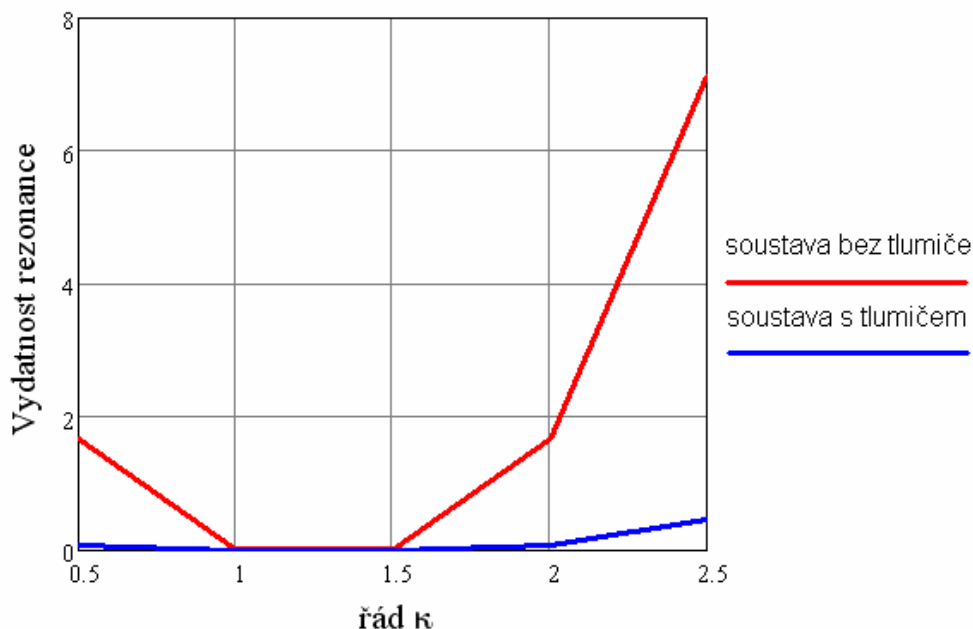
7.5 Porovnání tlumeného a netlumeného modelu

Porovnání provedu pomocí vlastních tvarů a poměrných výchylek klikového hřídele. Porovnávat budu pouze výsledky pro 1. vlastní frekvenci, protože otáčky u 2. vlastní frekvence leží mimo rozsah pracovních otáček motoru.



Obr.31: Porovnání vlastních tvarů výkmitových čar

Na obr. 31. můžeme vidět porovnání vlastních tvarů výkmitové čáry pro 1. a 2. vlastní frekvenci. Z grafu je patrné, že při použití tlumiče se zmenšila poměrná výchylka. Největší změna nastala v oblasti 0-1 z důvodu nižší tuhosti tlumiče. To vede ke snížení vlastní frekvence a vibrace klikového hřídele.



Obr.32: Porovnání vydatnosti rezonance

Na obr. 32 můžeme vidět porovnání vydatnosti rezonance. Rezonance je závislá na průběhu výkmitové čáry, která vede ke snížení vydatnosti rezonance. Hlavním důvodem použití gumového tlumiče je snížení vibrací klikového hřídele, které by se mohly přenášet na další části připojené ke klikovému hřídeli a mohlo by to vést ke zvýšení vibrací a hluku.

8 Návrh rozměrů gumového prstence

Tlumič torzních kmitů se skládá ze dvou částí. Jedná se o setrvačný prstenec a gumový prstenec. Jednotlivé části jsou navzájem navulkanizované a spojené v jeden celek. Přídavná hmota torzní soustavy bude připevněna na vnitřní průměr řemenice.

Tuhost pryžového prstence je dána vztahem:

$$c_{tl} = \frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl} \cdot D_2^2 \cdot D_1^2}{D_1^2 - D_2^2} [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (55)$$

kde:

G_p [-] – dynamický modul pružnosti gumy ve smyku

b_{tl} [-] – šířka gumového prstence

D_1 [-] – vnější průměr prstence

D_2 [-] – vnitřní průměr prstence

Vnější průměr prstence je dán rozměry řemenice, šířku prstence volím a vnitřní průměr prstence vypočítám po úpravě vzorce na výpočet tuhosti pryžového prstence. Po úpravě dostaneme vzorec:

$$D_2 = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot b_{tl} \cdot c_{tl}}{\pi \cdot G_g}} + D_1^4 \quad [\text{mm}] \quad (56)$$

Ze zvoleného momentu setrvačnosti ocelového prstence dopočítám vnitřní průměr prstence. Pro moment setrvačnosti platí vztah:

$$I_{tl} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} r^3 \cdot b_{tl} \cdot \rho_0 \cdot d\varphi \cdot dr \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (57)$$

kde:

R_1 [-] – vnější poloměr prstence

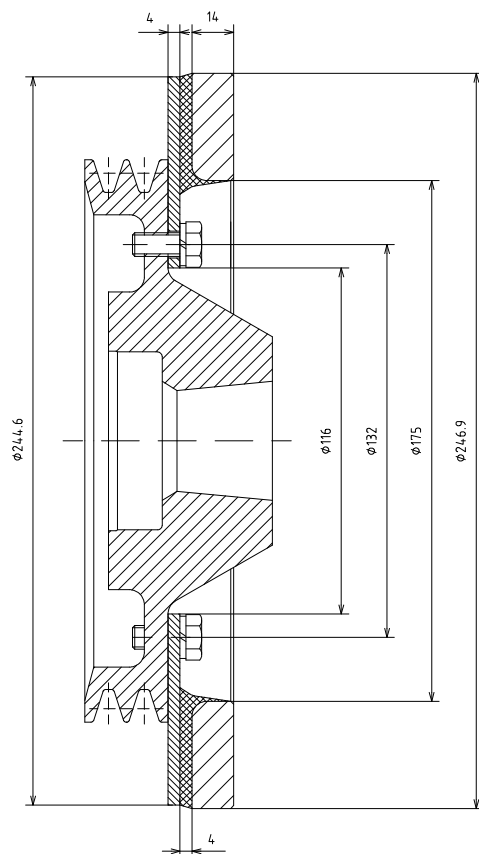
R_2 [-] – vnitřní poloměr prstence

ρ_0 [-] – hustota oceli

$$R_2 = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot I_{tl}}{\pi \cdot \rho_0 \cdot t_0}} + R_1 \quad [\text{mm}] \quad (58)$$

	Rozměr	Označení	Hodnota[mm]
Gumový prstenec	šířka	b_{tl}	4
	vnitřní průměr	D_1	175
	vnější průměr	D_2	244,6
Ocelový prstenec	šířka	t_0	14
	vnitřní průměr	D_{10}	175
	vnější průměr	D_{20}	246,9

Tabulka 14. Rozměry tlumiče.



Obr.33: Výkres torzního tlumiče s řemenicí

Kontrola napětí v pryžovém prstenci zamezí oddělení setrvačného prstence od řemenice a vypočítá se vztahem:

$$\tau_g = \frac{2 \cdot M_{k_tl}}{\pi \cdot b_{tl} \cdot d_{str}^2} [\text{MPa}] \quad (59)$$

kde:

M_{k_tl} [-] – střídavý kroutící moment působící v gumovém prstenci

d_{str} [-] – střední průměr gumového prstence

Pro střídavý kroutící moment platí vztah:

$$M_{k_tl} = \phi_v \cdot c_{tl} \cdot \Delta a_{tl} [\text{Nm}] \quad (60)$$

kde:

ϕ_v [-] – největší výchylka volného konce klikového hřídele v provozním rozsahu otáček motoru

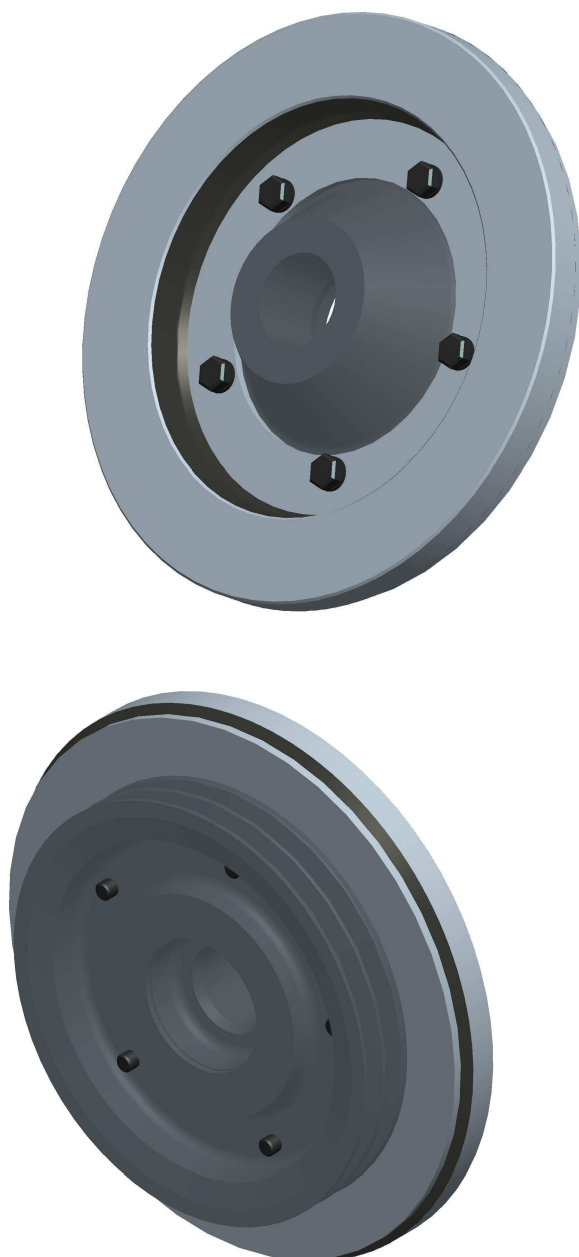
Δa_{tl} [-] – poměrná amplituda tlumiče

Dovolené napětí pryže ve střídavém smyku se připouští nejvýše 0,3MPa.

8.1 Navržený torzní tlumič

Torzní tlumič je navržen z hlediska bezpečnosti, spolehlivosti a při poruše pro snadnou výměnu. Torzní tlumič je z bezpečnostních důvodů umístěný na vnější straně řemenice, což má výhodu při poruše řemenice. Poruchou se rozumí odpojení setrvačného plechu od nosného plechu, aby se při této poruše odpojená část nemohla nekontrolovatelně pohybovat v motorovém prostoru, ale zůstala na klikovém hřídeli. Nevýhoda při tomto umístění je ta, že při výměně torzního tlumiče je zapotřebí demontovat řemenici.

Torzní tlumič je s řemenicí spojen pomocí nosného plechu, který je spoje s řemenicí pěti šrouby M8x20, které jsou opatřeny pojistnými podložkami k zamezení povolení šroubu.



Obr.34: 3D model tlumiče torzních kmitů na řemenici

9 Závěr

Cílem mé diplomové práce bylo navrhnout klikový hřídel řadového pětiválcového motoru s vyvažovací jednotkou, který konstrukčně vychází z čtyřválcového motoru Zetor. Proto jsem z důvodu minimalizace nákladů využil sériových dílů, jako je ojnice a na ni navazující celá pístní skupina.

Pro zadané pořadí zapalování jsem navrhl tři varianty umístění vývažků na klikovém hřídeli, ze kterých jsem vybral metodu kombinovaného silového a momentového vyvážení. Tato varianta je kompromisem mezi namáháním klikového hřídele a hmotnosti klikového hřídele. K tomuto hřídeli jsem navrhl vyvažovací hřídel, kterým jsem dovyvážil setrvačné síly posuvných částí prvního řádu. Tuto variantu jsem početně podrobil výpočtům z hlediska vlastních frekvencí a tvarů torzních kmitů a také byly stanoveny rezonanční frekvence torzních kmitů. Parametry pro výpočty jsem získal z programu PRO Enginner. Z těchto výpočtů jsem vyvodil nutnost aplikace dynamického tlumiče torzních kmitů. Torzní tlumič jsem konstrukčně navrhl a vymodeloval. Při návrhu torzního tlumiče jsem přihlížel na spolehlivost a bezpečný provoz tohoto tlumiče.

Dále jsem porovnal klikový hřídel s tlumičem torzních kmitů a bez tlumiče torzních kmitů. Klikový hřídel s tlumičem vykazuje požadovaný tlumicí účinek, z čehož vyplývá nutnost aplikace torzního tlumiče. Při použití tlumiče dojde ke snížení vibrací klikového hřídele a všech přídatných zařízení.

10 Seznam použité literatury

- [1] Kolektiv VÚNM a CKD Praha: *Naftové motory čtyřdobé*, I. díl, 2. vyd. 1962. SNTL/SVTL, Praha.
- [2] SKALSKÝ R., BUKOVSKÝ J., *Konstrukce pístových spalovacích motorů : dynamika, vyvažování a torzní kmity*, 1. vyd. 1971. Vojenská akademie Antonína Zápotockého, Brno.
- [3] HOŠEK, J.: *Spalovací motory- konstrukce: síly a momenty, vyvažování a torzní kmitání pístových spalovacích motorů*, 1. vyd. 2008. Univerzita obrany, Brno
- [4] KRATOCHVÍL, C.: *Mechanika těles: dynamika*, 4. vyd. 2007. CERM, Brno
- [5] KOŽOUŠEK, J., *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů I*, 1. vyd. 1978 SNTL, Praha
- [6] Zetor [online]. 2009 [cit. 2010-05-11]. Dostupné z WWW:

11 Seznam použitých značek

a	$[-]$	amplituda
a_1	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení
a_i	$[-]$	poměrná amplituda před uzlem výkmitové čáry
a_{i+1}	$[-]$	poměrná amplituda za uzlem výkmitové čáry
$a1_i$	$[-]$	poměrná výchylka i-tého náhradního kotouče 1. vlastní frekvence soustavy bez tlumiče
$a2_i$	$[-]$	poměrná výchylka i-tého náhradního kotouče 2. vlastní frekvence soustavy bez tlumiče
$a1_{it}$	$[-]$	poměrná výchylka i-tého náhradního kotouče 1. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
$a2_{it}$	$[-]$	poměrná výchylka i-tého náhradního kotouče 2. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
a_{h_k}	$[-]$	reálná složka fourierovy analýzy budícího momentu
$\Delta a_{i,i+1}$	$[-]$	poměrné natočení klikového hřídele v místě uzlu výkmitové čáry
$\Delta a1_{it}$	$[-]$	poměrná amplituda setrvačného kotouče tlumiče pro 1. vlastní frekvenci soustavy s tlumičem
$\Delta a2_{it}$	$[-]$	poměrná amplituda setrvačného kotouče tlumiče pro 2. vlastní frekvenci soustavy s tlumičem
b_r	$[m]$	tloušťka ramene zalomení klikového hřídele
b_{h_k}	$[m]$	imaginární složka fourierovy analýzy budícího momentu
b_{HC}	$[m]$	šířka hlavního čepu klikového hřídele
b_{KC}	$[m]$	šířka ojnicního čepu klikového hřídele
l_p	$[m]$	délka příruby pro setrvačník
b_{it}	$[m]$	šířka gumového prstence
c	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	torzní tuhost
C	$[-]$	matice tuhosti soustavy bez tlumiče
C_t	$[-]$	matice tuhosti soustavy s tlumičem
c_{it}	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	torzní tuhost tlumiče
d_p	$[m]$	průměr rozteče šroubů setrvačníku
d_{str}	$[m]$	střední průměr gumového prstence
D	$[m]$	vrtání válce
D_{HC}	$[m]$	průměr hlavního čepu klikového hřídele
D_{KC}	$[m]$	průměr ojnicního čepu klikového hřídele
D_{red}	$[m]$	redukovaný průměr náhradního hřídele
D_1	$[m]$	vnitřní průměr gumového prstence

D_2	[m]	vnější průměr gumového prstence
D_{10}	[m]	vnitřní průměr ocelového prstence
D_{20}	[m]	vnější průměr ocelového prstence
F_{celk_i}	[N]	celkové síly působící na píst
F_{celko_i}	[N]	celkové síly ve směru osy válce
F_{od}	[N]	odstředivé síly ve směru osy válce
F_{o2_i}	[N]	síly přenášené ojnicí
F_{pc_i}	[N]	síly přenášené pístním čepem
F_{p_i}	[N]	primární síly
F_{r_i}	[N]	reálná složka síly od ojnice
$F_{r_i c}$	[N]	celková radiální síla
F_{setr_i}	[N]	setrvačné síly
F_{setr2_i}	[N]	setrvačné síly posuvných částí
F_{t_i}	[N]	tangenciální síly
G	[MPa]	modul pružnosti ve smyku materiálu klikového hřídele
G_g	[MPa]	dynamický modul pružnosti gumy ve smyku
h_r	[m]	šířka ramene zalomení
h_k	[–]	složka v harmonické analýze budícího momentu
i	[–]	číslo vzorku v harmonické analýze budícího momentu
i_z	[–]	poměrná amplituda i-tého zalomení shodná s počtem válců u vydatnosti rezonance
I_{celk_setr}	[kg · m ²]	celkový moment setrvačnosti na straně setrvačnicku
I_{zal_i}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti i-tého zalomení klikového hřídele
$I_{celk_zal_i}$	[kg · m ²]	moment setrvačnosti i-tého náhradního kotouče
I_{rem}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti náhradního kotouče řemenice
I_{setr}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti náhradního kotouče setrvačnicku
I_{ef}	[kg · m ²]	efektivní moment setrvačnosti soustavy bez tlumiče
I_{celk_rem}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti části klikového hřídele určeného pro umístění řemenice
I_{kon_setr}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti konce klikového hřídele na straně setrvačnicku
I_{oj_rot}	[kg · m ²]	moment setrvačnosti rotační části ojnice
I_p	[kg · m ²]	polární kvadratický moment
I_{pos}	[kg · m ²]	redukovaný moment setrvačnosti posuvných hmot pístní skupiny
j	[–]	imaginární jednotka harmonické analýzy budícího momentu
k	[–]	pomocná čísla pro výpočet harmonických složek

K_r	[-]	koeficient momentu rotujících částí řadového pětiválce
K_I	[-]	koeficient momentu posuvných částí prvního řádu řadového pětiválce
K_{II}	[-]	koeficient momentu posuvných částí druhého řádu řadového pětiválce
l_{oj}	[m]	délka ojnice
l_{red}	[m]	redukovaná délka zalomení
l_{red_rem}	[m]	redukovaná délka na straně řemenice
l_{red_setr}	[m]	redukovaná délka na straně setrvačníku
l_1	[m]	poloviční délka hlavního čepu u řemenice
l_z	[m]	osová vzdálenost válců
m_{cep}	[kg]	hmotnost ojnicního čepu
m_{oj_pos}	[kg]	hmotnost posuvného podílu ojnice
m_{oj_rot}	[kg]	hmotnost rotačního podílu ojnice
m_{pos}	[kg]	hmotnost posuvných částí
m_{p_sk}	[kg]	hmotnost pístní skupiny
m_r	[kg]	hmotnost rotačních částí redukovaná na ojnicní čep
m_v	[kg]	hmotnost vývažku
$m_{zalomení_red}$	[kg]	hmotnost ramene kliky redukovaná na zalomení kliky bez vývažku
M	[-]	matice hmotnosti soustavy bez tlumiče
$M_{k_1-5hl_cep_i}$	[Nm]	kroučící moment na hlavních čepích klikového hřídele
$M_{k_1-5oj_cep_i}$	[Nm]	kroučící moment na ojnicních čepích klikového hřídele
M_{k_str}	[Nm]	střední indikovaný moment jednoho válce
M_{k_1-5}	[Nm]	kroučící moment na jednotlivých zalomeních klikového hřídele
$M_{k_tl_2}$	[Nm]	střídavý kroučící moment 2. vlastní frekvence působící v gumovém prstenci
M_r	[Nm]	moment od setrvačných sil rotujících částí
M_{t_1}	[Nm]	střídavý kroučící moment 1. vlastní frekvence pro soustavu s tlumičem
M_t	[-]	matice hmotnosti soustavy s tlumičem
M_{t1_1}	[Nm]	střídavý kroučící moment 1. vlastní frekvence pro soustavu bez tlumiče
M_v	[Nm]	moment od setrvačných sil vývažků
M_I	[Nm]	moment od setrvačných sil posuvných částí prvního řádu
M_{II}	[Nm]	moment od setrvačných sil posuvných částí druhého řádu
n	[min^{-1}]	maximální otáčky motoru
n_{kr_1}	[min^{-1}]	kritické otáčky 1. vlastní frekvence soustavy bez tlumiče

n_{kr_2}	$[mín^{-1}]$	kritické otáčky 2. vlastní frekvence soustavy bez tlumiče
$n_{kr_1_t}$	$[mín^{-1}]$	kritické otáčky 1. vlastní frekvence s tlumičem
$n_{kr_2_t}$	$[mín^{-1}]$	kritické otáčky 2. vlastní frekvence s tlumičem
N_{pi}	$[N]$	boční síly působící na píst
N_1	$[Hz]$	1. vlastní frekvence kmitání
N_2	$[Hz]$	2. vlastní frekvence kmitání
N_{1_t}	$[Hz]$	1. vlastní frekvence kmitání soustavy s tlumičem
N_{2_t}	$[Hz]$	2. vlastní frekvence kmitání soustavy s tlumičem
p_{atm}	$[MPa]$	atmosférický tlak
p	$[MPa]$	tlak plynu ve válci
P_r	$[N]$	setrvačná síla rotačních částí
P_v	$[N]$	setrvačná síla vývažku
P_I	$[N]$	setrvačná síla posuvných částí prvního řádu
P_{II}	$[N]$	setrvačná síla posuvných částí prvního řádu
r_T	$[mm]$	poloměr rotace těžiště zalomení
r_v	$[m]$	poloměr rotace těžiště vývažku
r	$[m]$	poloměr zalomení klikového hřídele
R_1	$[m]$	vnitřní poloměr ocelového prstence
R_2	$[m]$	vnější poloměr ocelového prstence
S_p	$[m^2]$	čelní plocha pístu
t_0	$[m]$	šířka ocelového prstence
w	$[-]$	optimální ladění tlumiče
W_τ	$[m^3]$	modul průřezu ojnicního čepu
x	$[-]$	vlastní vektor
x_i	$[-]$	amplituda i-tého náhradního kotouče
x_0	$[-]$	amplituda řemenice
z	$[-]$	počet válců
Z	$[m]$	zdvih válce
α_i	$[^\circ]$	úhel natočení klikového hřídele
β_i	$[^\circ]$	úhel odklonu ojnice
γ	$[-]$	poměrný útlum
δ	$[^\circ]$	úhel mezi dvěma po sobě následujícími vzněty
ε_{z_1}	$[-]$	souhrn vydatnosti rezonance 1. vlastní frekvence
ε_{z_2}	$[-]$	souhrn vydatnosti rezonance 2. vlastní frekvence
$\varepsilon_{1_k_1}$	$[-]$	vydatnosti rezonance 1. vlastní frekvence harmonického řádu k
$\varepsilon_{2_k_2}$	$[-]$	vydatnosti rezonance 2. vlastní frekvence harmonického řádu k
κ	$[-]$	harmonický řád

λ	$[-]$	vlastní číslo, ojnicní poměr
μ	$[-]$	poměrná velikost tlumiče
ξ	$[Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$	tlumící odpor soustavy
ξ_{tl}	$[Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$	tlumící odpor tlumiče
ρ	$[kg \cdot m^3]$	hustota oceli
ξ_v	$[^\circ]$	úhel roviny vývažků
σ	$[^\circ]$	úhel mezi vektory směrové hvězdice
τ	$[MPa]$	napětí v krutu vyvolané torzními kmity
τ_g	$[MPa]$	střídavé smykové napětí v gumovém prstenci
ϕ_{0_1}	$[rad]$	torzní výchylka volného konce klikového hřídele 1. vlastní frekvence soustavy bez tlumiče
ϕ_{t0_1}	$[rad]$	torzní výchylka setrvačného kotouče tlumiče 1. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ϕ_{t0_2}	$[rad]$	torzní výchylka setrvačného kotouče tlumiče 2. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ϕ_{1_g}	$[rad]$	torzní výchylka gumového prstence tlumiče 1. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ϕ_{2_g}	$[rad]$	torzní výchylka gumového prstence tlumiče 2. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ϕ_{1_v}	$[rad]$	torzní výchylka volného konce klikového hřídele 1. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ϕ_{2_v}	$[rad]$	torzní výchylka volného konce klikového hřídele 2. vlastní frekvence soustavy s tlumičem
ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	úhlová frekvence kmitání
Ω_1	$[rad \cdot s^{-1}]$	úhlová frekvence vlastního kmitání soustavy bez tlumiče
Ω_{1_t}	$[rad \cdot s^{-1}]$	úhlová frekvence vlastního kmitání soustavy s tlumičem

Příloha-obsah

1	Výpočet velikosti sil a momentů.....	59
1.1	Setrvačné síly rotačních částí.....	60
1.2	Setrvačné síly od posuvných částí I.řádu.....	60
1.3	Setrvačné síly od posuvných částí II.řádu	60
1.4	Moment setrvačných sil od rotačních částí.....	60
1.5	Moment setrvačných sil posuvných I.řádu	61
1.6	Moment setrvačných sil posuvných II.řádu.....	62
1.7	Výpočet velikosti vývažků	62
1.7.1	Silové vyvážení na každém zalomení.....	62
1.7.2	Momentové vyvážení v páru na krajních zalomeních	62
1.7.3	Poloviční silové vyvážení a momentové párem na krajních ramenech.....	62
2	Kinematika klikového mechanismu	63
2.1	Dráha pístu.....	63
2.2	Rychlost pístu	64
2.3	Zrychlení pístu	64
2.4	Grafické znázornění rychlosti,zrychlení a dráhy pístu	64
2.4.1	Dráha pístu.....	65
2.4.2	Rychlost pístu	65
2.4.3	Zrychlení pístu.....	66
2.4.4	Společný graf pro dráhu, rychlost a zrychlení pístu	66
3	Diagramy P-α a P-V	67
3.1	Diagram p- α	67
3.2	Diagram P-V	68
4	Průběh sil.....	69
4.1	Síly působící na pístní čep ve směru osy válce	69
4.2	Síly přenášené pístním čepem	70
4.3	Průběh bočních sil na píst	71
4.4	Síly v ojnicím čepu	71
4.4.1	Síly ve směru osy válce	71

4.4.2	Síly přenášené ojnicí.....	72
4.4.3	určení radiálních a tangenciálních sil	73
5	Momenty působící na jedno zalomení klikového hřídele	73
5.1	Kroutící moment jednoho válce.....	73
5.2	Fázové posunutí kroutících momentů jednotlivých válců	74
5.3	Společný graf pro kroutící moment všech válců	77
5.4	Kroutící moment na hlavních čepech klikového hřídele	77
5.5	Kroutící momenty na ojnicích čepech klikového hřídele	78
5.6	Výsledky nejvíce zatížených čepů klikového hřídele.....	79
5.6.1	Zatížení hlavních čepů.....	79
5.6.2	Zatížení ojnicích čepů.....	80
5.6.3	Hodnoty kroutícího momentu.....	81
6	Torzní kmitání klikového hřídele	82
6.1	Redukovaná délka zalomení	82
6.1.1	Redukce délky strany se setrvačníkem.....	82
6.1.2	Redukovaná délka na straně řemenice.....	82
6.2	Redukce hmot	83
6.2.1	Redukce hmot klikového mechanismu.....	83
6.2.2	Redukce rotačních hmot silového vyvážení	84
6.2.3	Redukce rotačních hmot momentového vyvážení.....	84
6.2.4	Redukce rotačních hmot kombinovaného vyvážení.....	85
6.3	Vlastní torzní kmitání soustavy	86
6.3.1	Výpočet tuhosti.....	86
6.3.2	Výpočet vlastní frekvence soustavy	87
6.3.2.1	Silové vyvážení	87
6.3.2.2	Momentové vyvážení	90
6.3.2.3	Kombinované vyvážení	93
6.4	Vynucené torzní kmitání soustavy	96
6.4.1	Harmonická analýza budícího momentu	96
6.4.2	Kritické otáčky	99
6.4.2.1	Silové vyvážení	99
6.4.2.2	Momentové vyvážení	100
6.4.2.3	Kombinované vyvážení	101
6.4.3	Vydatnost rezonančních kmitů	102
6.4.3.1	První vlastní frekvence	102

6.4.3.2	Druhá vlastní frekvence.....	104
6.4.4	Torzní výchylky v rezonanci	107
6.5	Namáhání torzními kmity	111
6.5.1	Namáhání pro 1. vlastní frekvenci.....	111
7	Torzní napětí při použití tlumiče	112
7.1	Návrh základních parametrů tlumiče.....	112
8	Výpočet vlastní frekvence soustavy s tlumičem torzních kmitů	113
8.1	Vlastní frekvence soustavy	115
8.1.1	První vlastní frekvence	115
8.1.2	Druhá vlastní frekvence.....	116
8.2	Vynucené torzní kmitání soustavy s tlumičem torzních kmitů	117
8.2.1	Kritické otáčky	117
8.2.2	Vydatnost rezonančních kmitů	117
8.2.2.1	První vlastní frekvence	118
8.2.2.2	Druhá vlastní frekvence.....	120
8.2.3	Torzní výchylky v rezonanci	123
8.3	Namáhání torzními kmity	130
8.3.1	Namáhání pro 1.vlastní frekvenci.....	130
8.3.2	Namáhání pro 2.vlastní frekvenci.....	131
9	Návrh pryžového tlumiče torzních kmitů	131
9.2	Rozměry pryžového prstence	131
9.2	Rozměry ocelového prstence	132
9.3	Napětí působící v pryžovém prstenci	133

1. Výpočet velikostí sil a momentů

$m_{\text{cep}} := 1.17\text{kg}$	hmotnost ojničního čepu
$m_{\text{zalomeni}} := 2.28\text{kg}$	hmotnost zalomení
$r_T := 21.355\text{mm}$	poloměr rotace těžiště zalomení
$m_{\text{oj_pos}} := 0.907\text{kg}$	hmotnost posuvného podílu ojnice
$m_{\text{p_sk}} := 2.054\text{kg}$	hmotnost pístní skupiny
$r := 60\text{mm}$	poloměr zalomení kliky
$m_{\text{oj_rot}} := 1.645\text{kg}$	Hmotnost rotačního podílu ojnice
$n := 41 \frac{1}{\text{s}}$	maximální otáčky motoru
$l_{\text{oj}} := 215\text{mm}$	délka ojnice
$\lambda := \frac{r}{l_{\text{oj}}}$	ojniční poměr

Hmotnost ramene kliky redukována na zalomení kliky bez vývažků:

$$m_{\text{zalomeni_red}} := 2 \cdot \left(m_{\text{zalomeni}} \cdot \frac{r_T}{r} \right) + m_{\text{cep}}$$

$$m_{\text{zalomeni_red}} = 2.793 \text{ kg}$$

Úhlová rychlost otáčení klikového hřídele:

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\omega = 257.611 \frac{1}{\text{s}}$$

1.1 Setrvačné síly rotačních částí

$$m_r := m_{\text{oj_rot}} + m_{\text{zalomeni_red}}$$

$$m_r = 4.438 \text{ kg}$$

$$P_r := m_r \cdot r \cdot \omega^2$$

$$P_r = 17671.119 \text{ N}$$

1.2 Setrvačné síly od posuvných částí I.řádu

$$m_{\text{pos}} := m_{\text{oj_pos}} + m_{\text{p_sk}}$$

$$m_{\text{pos}} = 2.961 \text{ kg}$$

$$P_{\text{I}} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2$$

$$P_{\text{I}} = 11790.09 \text{ N}$$

1.3 Setrvačné síly od posuvných částí II.řádu

$$P_{\text{II}} := \lambda \cdot m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2$$

$$P_{\text{II}} = 3290.258 \text{ N}$$

1.4 Moment setrvačných sil od rotačních částí

$$l_z := 0.136 \text{ m} \quad \text{osová vzdálenost válců}$$

Velikost momentu 1. zalomení:

$$M_{\text{I1}} := m_{\text{I}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 2. zalomení:

$$M_{\text{I2}} := m_{\text{I}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 3. zalomení:

$$M_{\text{I3}} := m_{\text{I}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 0 \cdot l_z$$

Velikost momentu 4. zalomení:

$$M_{\text{I4}} := m_{\text{I}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 5. zalomení:

$$M_{\text{I5}} := m_{\text{I}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 2 \cdot l_z$$

Velikost momentu ve smeru osy x:

$$M_{\text{IX}} := M_{\text{I1}} \cdot \cos(0\text{deg}) + M_{\text{I2}} \cdot \cos(144\text{deg}) - M_{\text{I4}} \cdot \cos(288\text{deg}) - M_{\text{I5}} \cdot \cos(432\text{deg})$$

Velikost momentu ve smeru osy y:

$$M_{\text{IY}} := M_{\text{I1}} \cdot \sin(0\text{deg}) + M_{\text{I2}} \cdot \sin(144\text{deg}) - M_{\text{I4}} \cdot \sin(288\text{deg}) - M_{\text{I5}} \cdot \sin(432\text{deg})$$

$$M_r := \sqrt{M_{rX}^2 + M_{rY}^2}$$

$$M_r = 1079.136 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\xi_v := \text{atan}\left(\left|\frac{M_{rX}}{M_{rY}}\right|\right)$$

$$\xi_v = 36 \cdot \text{deg}$$

1.5 Moment setrvačných sil posuvných I.řádu

Velikost momentu 1. zalomení:

$$M_{I1} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 2. zalomení:

$$M_{I2} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 3. zalomení:

$$M_{I3} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 0 \cdot l_z$$

Velikost momentu 4. zalomení:

$$M_{I4} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z$$

Velikost momentu 5. zalomení:

$$M_{I5} := m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 2 \cdot l_z$$

Velikost momentu ve směru osy x:

$$M_{IX} := M_{I1} \cdot \cos(0 \text{deg}) + M_{I2} \cdot \cos(144 \text{deg}) - M_{I4} \cdot \cos(288 \text{deg}) - M_{I5} \cdot \cos(432 \text{deg})$$

Velikost momentu ve směru osy y:

$$M_{IY} := M_{I1} \cdot \sin(0 \text{deg}) + M_{I2} \cdot \sin(144 \text{deg}) - M_{I4} \cdot \sin(288 \text{deg}) - M_{I5} \cdot \sin(432 \text{deg})$$

$$M_I := \sqrt{M_{IX}^2 + M_{IY}^2}$$

$$M_I = 719.995 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\xi_{vI} := \operatorname{atan}\left(\left|\frac{M_{IX}}{M_{IY}}\right|\right)$$

$$\xi_{vI} = 36 \cdot \text{deg}$$

1.6 Moment setrvačných sil posuvných II.řádu

$$M_{II} := 4.98 \cdot \lambda \cdot m_{\text{pos}} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot l_z$$

$$M_{II} = 2228.426 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

1.7 Výpočet velikosti vývažků

1.7.1 Silové vyvážení na každém zalomení

$$P_{vs} := \frac{P_r}{2}$$

$$P_{vs} = 8835.559 \text{ N}$$

1.7.2 Momentové vyvážení v páru na krajních zalomeních

$$M_v := \frac{1}{2} M_I + M_r$$

$$M_v = 1439.134 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Síla od jednoho vývažku:

$$l_v := 2 \cdot l_z$$

$$l_v = 0.272 \text{ m}$$

$$P_{vm} := \frac{M_v}{4 \cdot l_v}$$

$$P_{vm} = 1322.733 \text{ N}$$

1.7.3 Poloviční silové vyvážení a momentově párem na krajních ramenech

$$P_{vs0.5} := \frac{P_r}{4}$$

$$P_{vs0.5} = 4417.78 \text{ N}$$

$$P_{vm0.5} := \frac{M_v}{8 \cdot l_v}$$

$$P_{vm0.5} = 661.367 \text{ N}$$

$$\nu := 126 \text{ deg}$$

$$P_{vsm} := \sqrt{P_{vs0.5}^2 + P_{vm0.5}^2 - 2 \cdot P_{vs0.5} \cdot P_{vm0.5} \cdot \cos(\nu)}$$

$$P_{vsm} = 4836.211 \text{ N}$$

$$\xi_{vsm} := \left(\frac{P_{vm0.5} \cdot \sin(\nu)}{P_{vsm}} \right)$$

$$\text{Úhel natočení } \xi = 6.373^\circ$$

Moment vyvážen na vyvažovacím hřídeli:

$$M_{vh} := \frac{M_I}{4 \cdot l_v + 30 \text{ mm}}$$

$$M_{vh} = 644.003 \text{ N}$$

2. Kinematika klikového mechanismu

Zadané parametry:

$D := 105 \text{ mm}$	vrtání válce
$Z := 120 \text{ mm}$	zdvih válce
$z := 5$	počet válců
$\lambda = 0.279$	ojniční poměr
$\varepsilon := 17.8$	kompresní poměr

2.1 Dráha pístu

Dráha v závislosti na úhlu otočení klikového hřídele

$$s_p(\alpha) := r \cdot \left[(1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

1.harmonická složka dráhy pístu

$$s_1(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

2.harmonická složka dráhy pístu

$$s_2(\alpha) := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$

2.2 Rychlost pístu

Rychlost pístu v závislosti na otočení klikového hřídele

$$v(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \right)$$

1.harmonická složka rychlosti pístu

$$v_1(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

2.harmonická složka rychlosti pístu

$$v_2(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \right)$$

2.3 Zrychlení pístu

Zrychlení pístu v závislosti na otočení klikového hřídele

$$a(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

1.harmonická složka zrychlení pístu

$$a_1(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

2.harmonická složka rychlosti pístu

$$a_2(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2\alpha)$$

2.4 Grafické znázornění rychlosti, zrychlení a dráhy pístu

$$\text{krok} := 10 \cdot \text{deg}$$

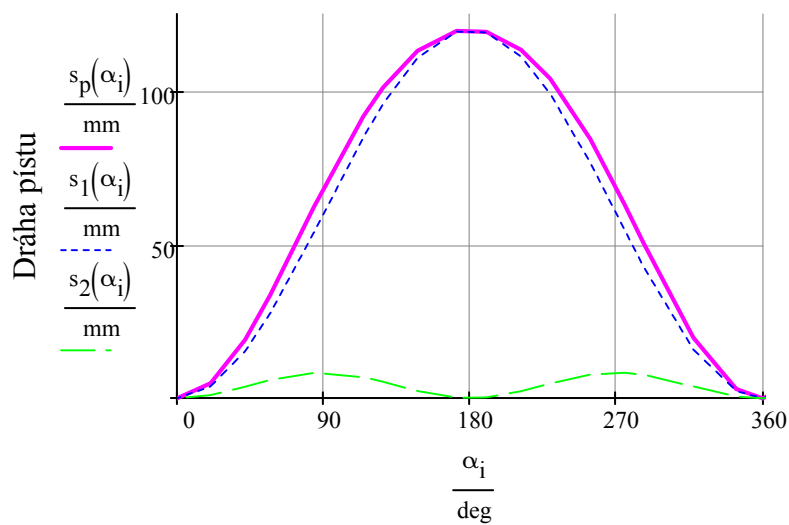
$$i_{\max} := \frac{360 \cdot \text{deg}}{\text{krok}}$$

$$i_{\max} = 36$$

$$i := 0 .. i_{\max}$$

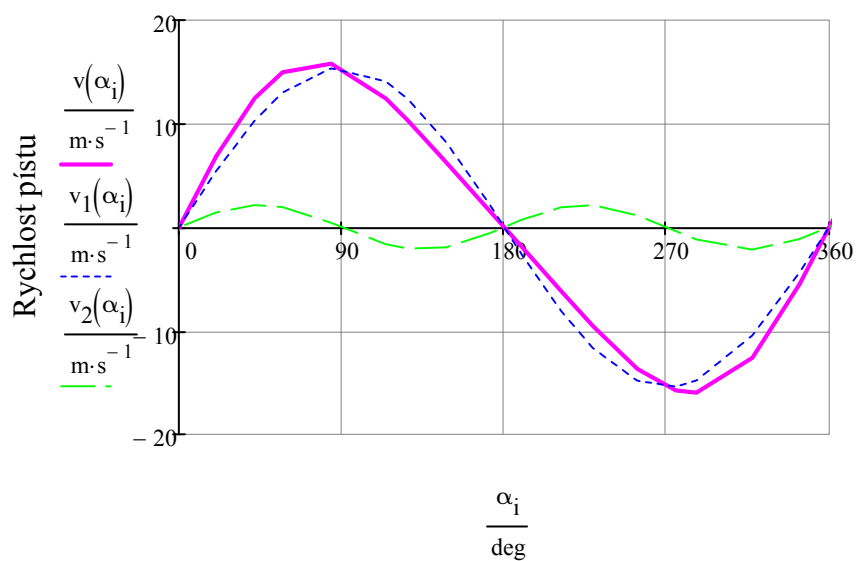
$$\alpha_i := i \cdot \text{krok}$$

2.4.1 Dráha pístu



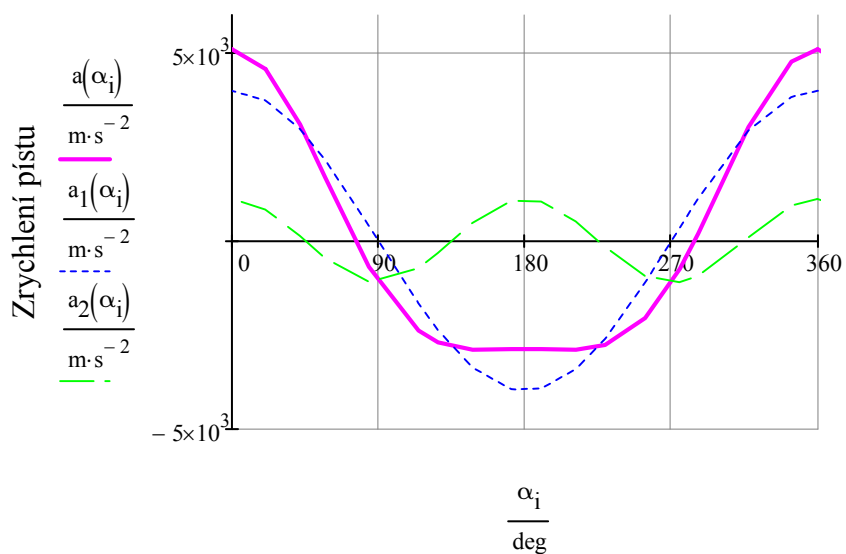
Úhel natočení klikového hřídele

2.4.2 Rychlost pístu



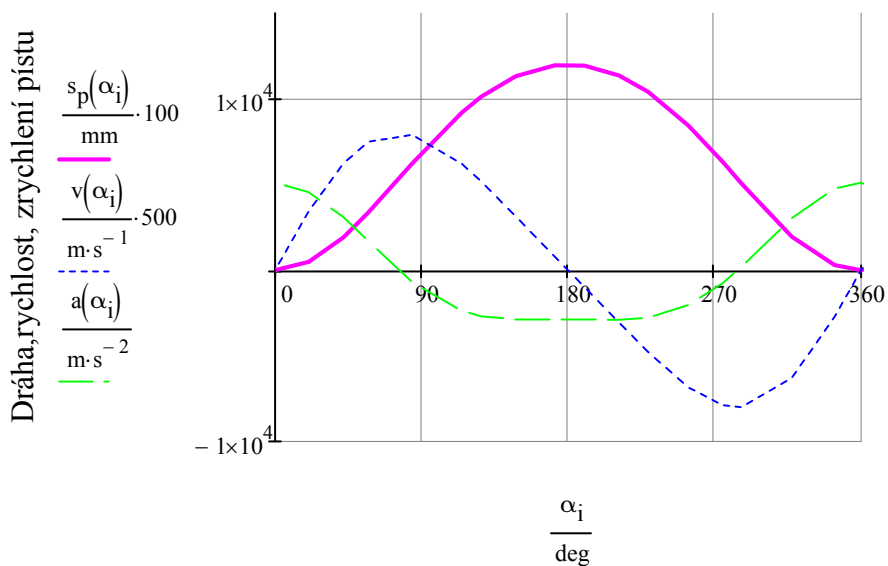
Úhel natočení klikového hřídele

2.4.3 Zrychlení pístu



Úhel natočení klikového hřídele

2.4.4 Společný graf pro dráhu, rychlost a zrychlení pístu



Úhel natočení klikového hřídele

3. Diagramy P-alfa a P-V

ID := READPRN("p-alfa2200.dat")

	0
0	720
1	0.136
2	0.161
3	0.136
4	0.158
5	0.136
6	0.161
ID = 7	0.149
8	0.149
9	0.149
10	0.136
11	0.136
12	0.136
13	0.136
14	0.136
15	...

3.1 Diagram p-α

Velikost kroku pro natočení klikového hřídele:

$$n_p := 720 \quad \text{krok} := \frac{720}{n_p} \cdot \text{deg}$$

$$\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$$

$$i := 0..n_p - 1 \quad \alpha_i := i \cdot \text{krok}$$

načítání tlaků

$$p_i := ID_{i+1} \cdot \text{MPa}$$

Velikost atmosferického tlaku

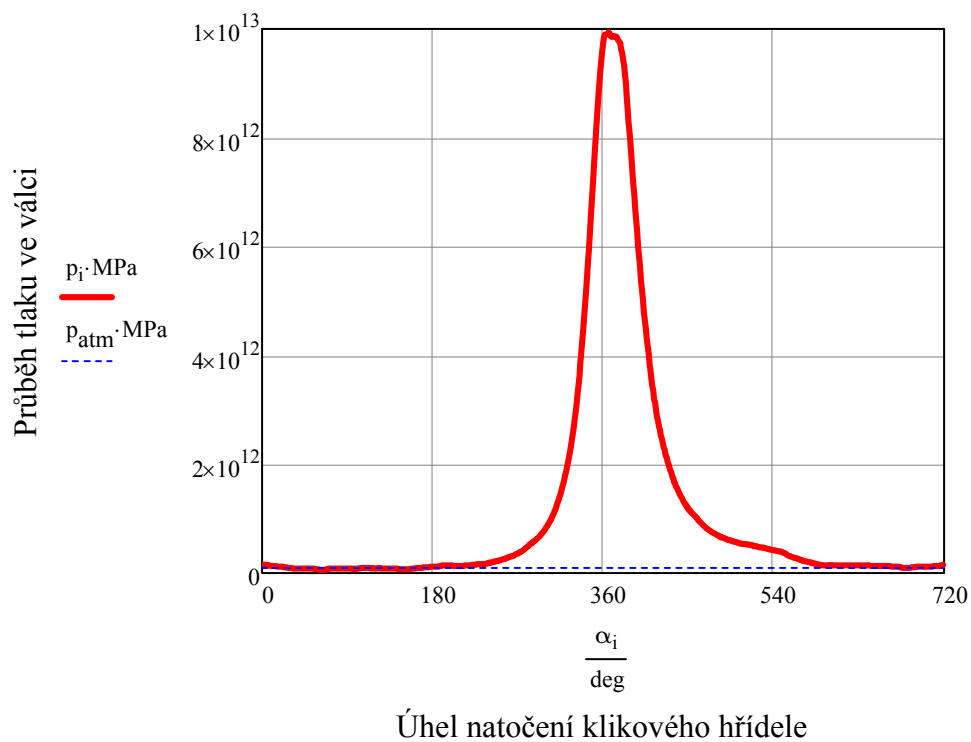
$$p_{\text{atm}} := 0.1 \text{ MPa}$$

Maximální indikovaný tlak

$$\max(p) = 9.939 \cdot \text{MPa}$$

Minimální indikovaný tlak

$$\min(p) = 0.063 \cdot \text{MPa}$$



3.2 Diagram p-V

Plocha nad pístem:

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$S_p = 86.59 \cdot \text{cm}^2$$

Objem válce motoru:

$$V_z := S_p \cdot 2 \cdot r$$

$$V_z = 1039.082 \cdot \text{cm}^3$$

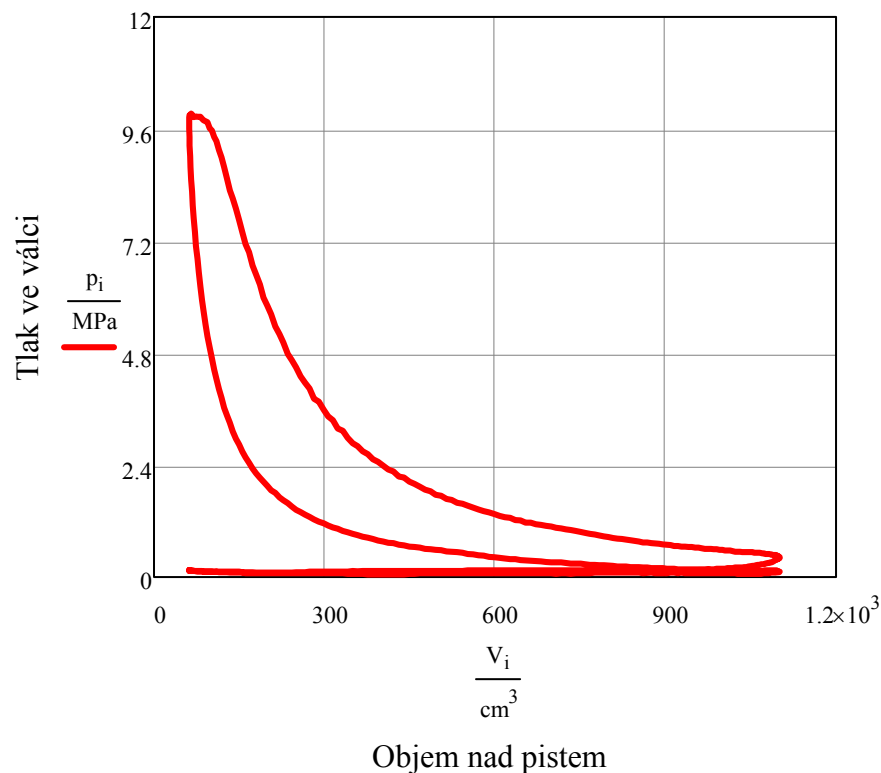
Kompresní objem motoru:

$$V_k := \frac{V_z}{\epsilon - 1}$$

$$V_k = 61.85 \cdot \text{cm}^3$$

Celkový objem motoru při pohybu pístu:

$$V_{\text{celk}} := V_k + S_p \cdot s_i$$



4. Průběh sil

4.1 Síly působící na pístní čep ve směru osy válce

Primární síly od tlaků plynů:

$$F_{p_plynu_i} := (p_i - p_{atm}) \cdot S_p$$

$$\max(F_{p_plynu}) = 85.196 \cdot \text{kN}$$

$$\min(F_{p_plynu}) = -0.319 \cdot \text{kN}$$

Sekundární síly od setrvačných sil:

$$F_{setr_i} := (-m_{p_sk}) \cdot a_i$$

$$\max(F_{setr}) = 5.946 \cdot \text{kN}$$

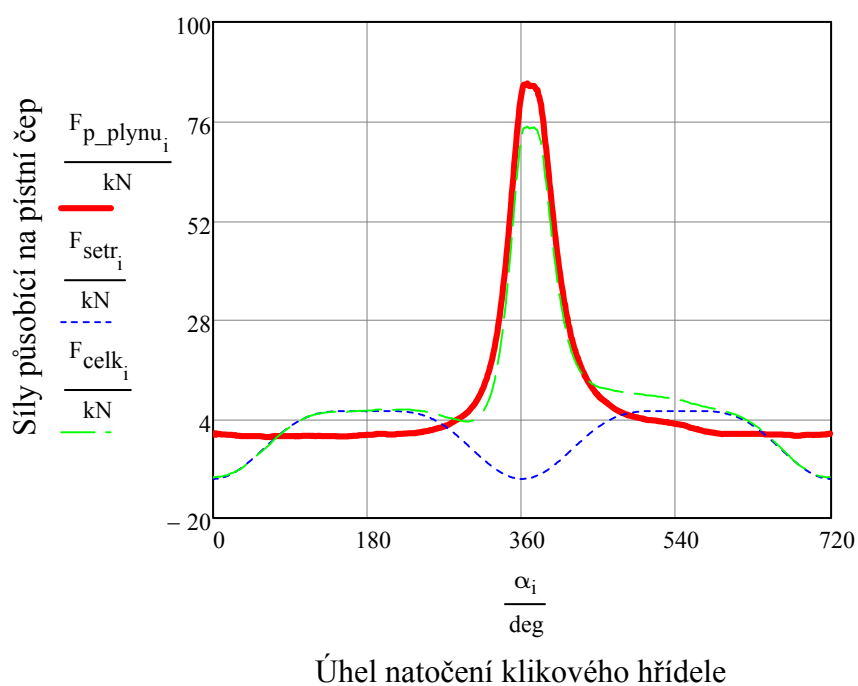
$$\min(F_{setr}) = -10.461 \cdot \text{kN}$$

Celkové síly působící na pístní čep:

$$F_{celk_i} := F_{p_plynu_i} + F_{setr_i}$$

$$\max(F_{celk}) = 74.83 \cdot \text{kN}$$

$$\min(F_{celk}) = -10.146 \cdot \text{kN}$$



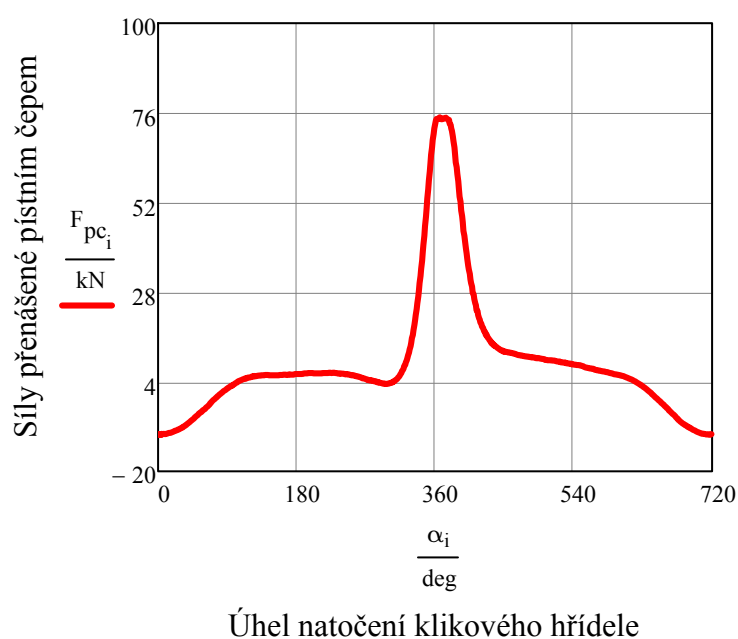
4.2 Síly přenášené pístním čepem

Úhel odklonu ojnice:

$$\beta_i := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$$

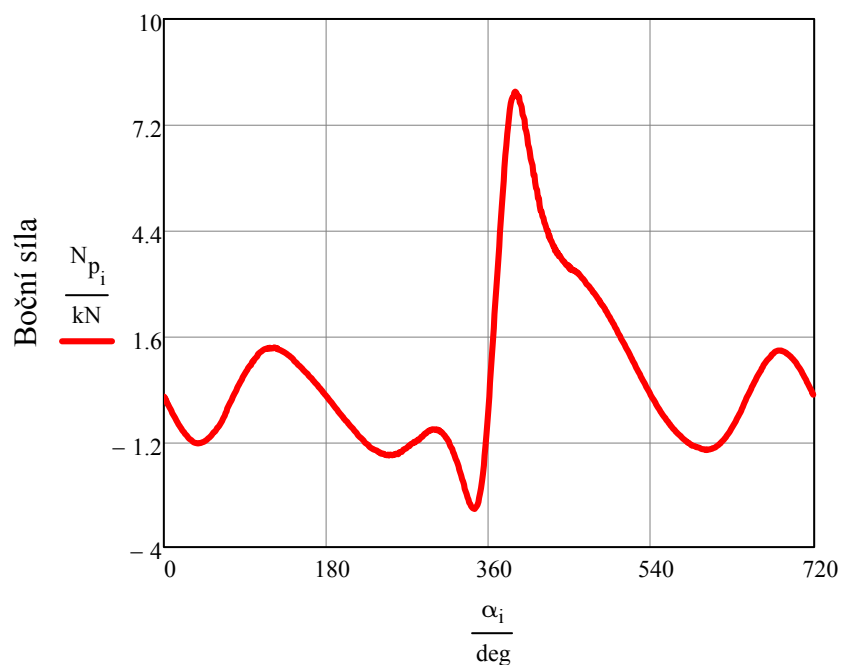
Síly přenášené pístním čepem:

$$F_{pc_i} := \frac{F_{celk_i}}{\cos(\beta_i)}$$



4.3 Průběh bočních sil na píst

$$N_{p_i} := \tan(\beta_i) \cdot F_{\text{celk}_i}$$



Úhel natočení klikového hřídele

4.4 Síly v ojnicím čepu

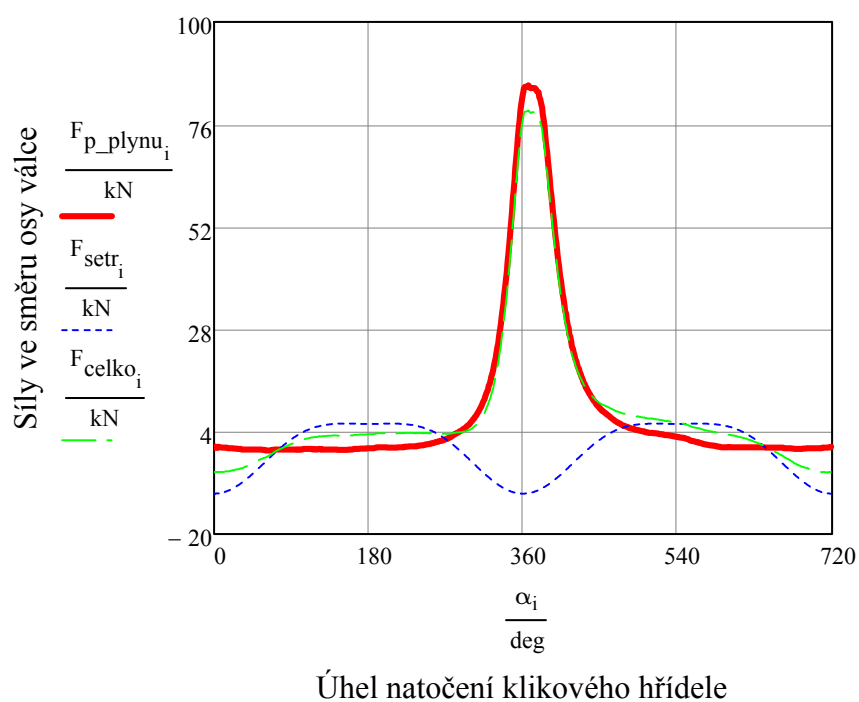
4.4.1 Síly ve směru osy válce

Setrvačné síly posuvných částí:

$$F_{\text{setr2}_i} := m_{\text{oj_pos}} \cdot a_i$$

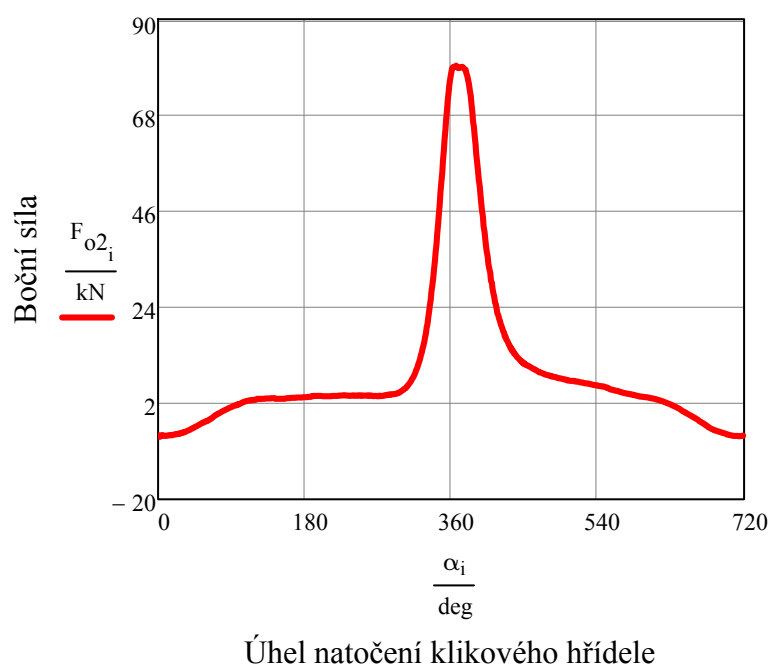
Celková síla ve směru osy válce:

$$F_{\text{celko}_i} := F_{p_plynu_i} + F_{\text{setr}_i} + F_{\text{setr2}_i}$$



4.4.2 Síly přenášené ojnicí

$$F_{o2_i} := \frac{F_{celko_i}}{\cos(\beta_i)}$$



4.4.3 Určení radiálních a tangenciálních sil

Radiální složka síly od ojnice:

$$F_{r_i} := F_{o2_i} \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Odsředivá síla rotačních částí ojnice:

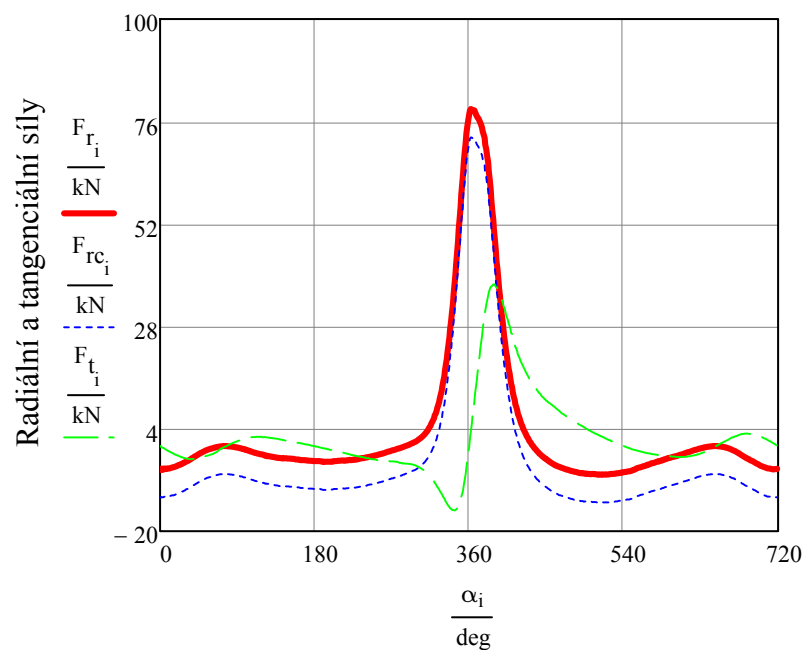
$$F_{od} := m_{oj_rot} \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiální síla:

$$F_{rc_i} := F_{r_i} - F_{od}$$

Tangenciální síly:

$$F_{t_i} := F_{o2_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$



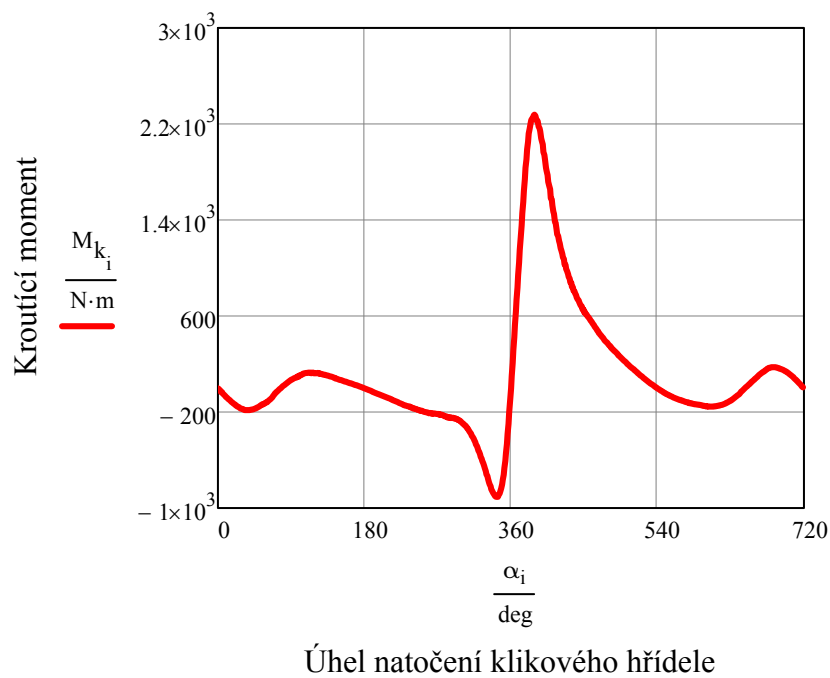
Úhel natočení klikového hřídele

5. Momenty působící na jedno zalomení klikového hřídele

5.1 Kroutící moment jednoho válce

Průběh kroutícího momentu:

$$M_{k_i} := F_{t_i} \cdot r$$



Střední indikovaný krouťící moment jednoho válce:

$$M_{k_str} := \text{mean}(M_k)$$

$$M_{k_str} = 125.325 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$$

Střední indikovaný výkon jednoho válce:

$$P_{str} := M_{k_str} \cdot \omega$$

$$P_{str} = 32.285 \cdot \text{kW}$$

5.2 Fázové posunutí krouťících momentů jednotlivých válců

$$M_{k_v_i} := M_{k_i}$$

$$M_{k_v_{i+720}} := M_{k_i}$$

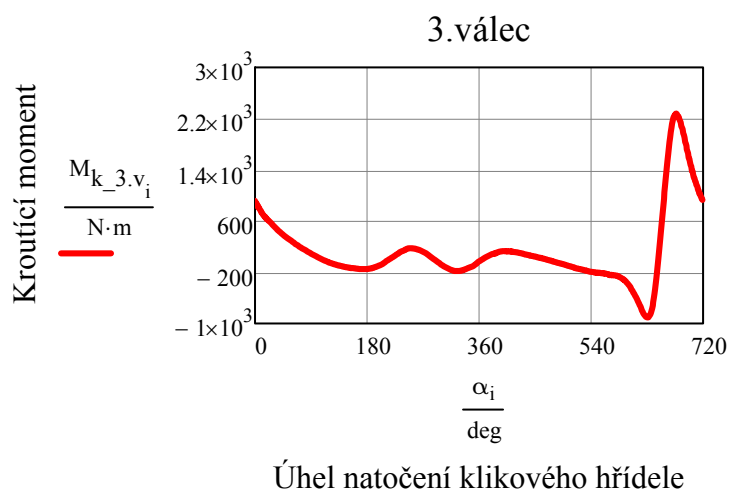
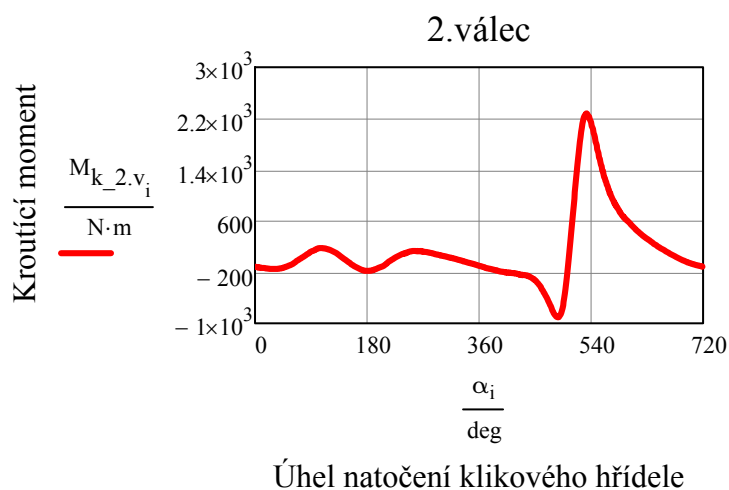
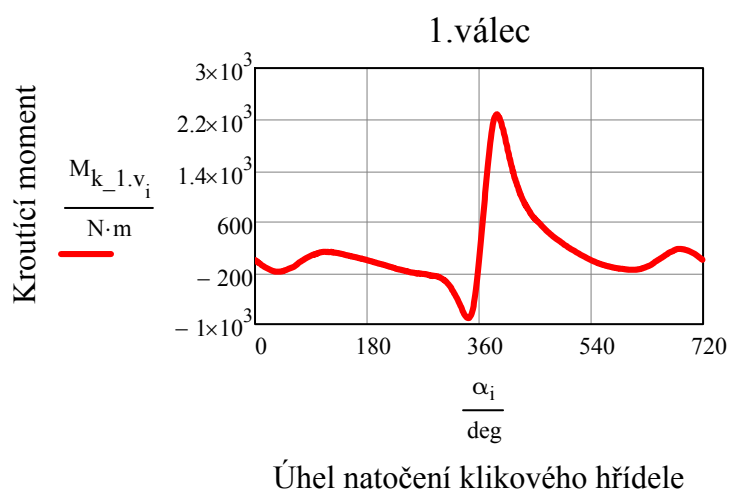
$$M_{k_1.v_i} := M_{k_v_i}$$

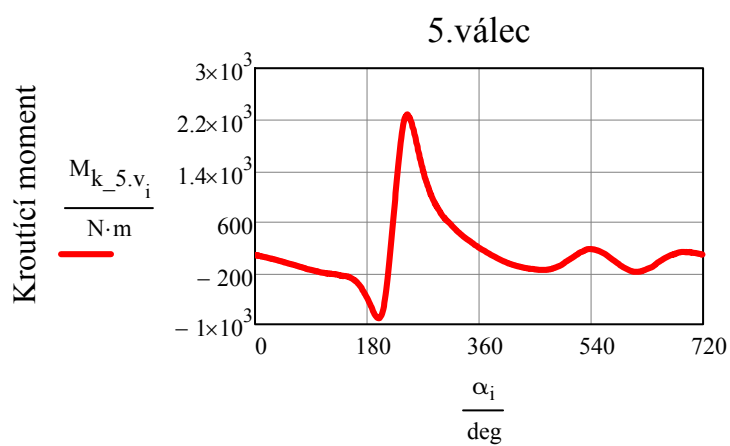
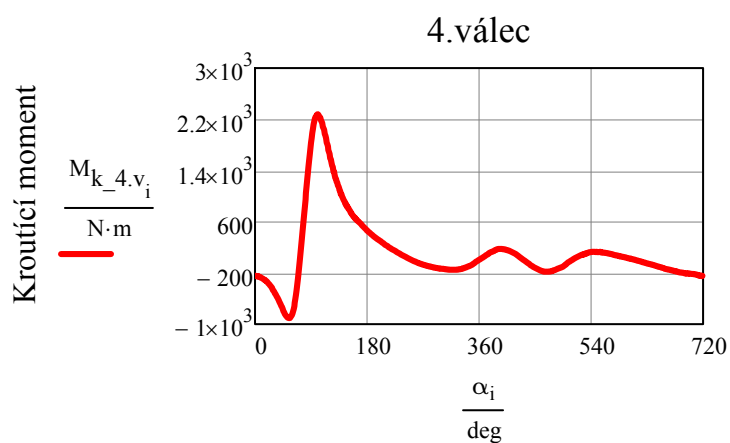
$$M_{k_2.v_i} := M_{k_v_{i+576}}$$

$$M_{k_3.v_i} := M_{k_v_{i+432}}$$

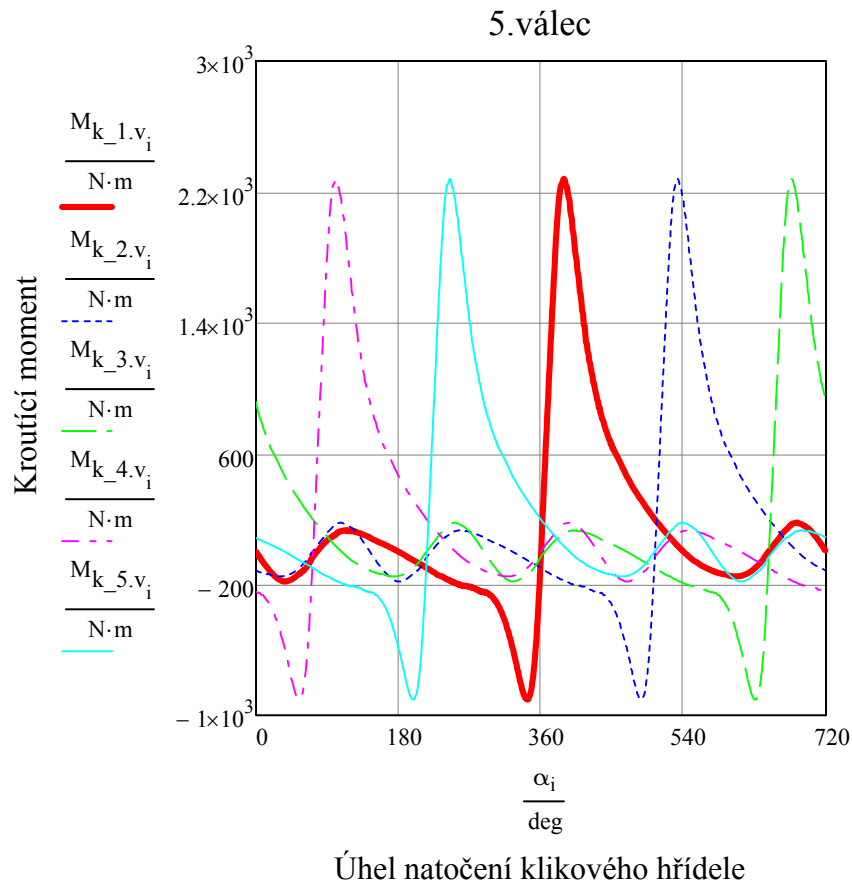
$$M_{k_4.v_i} := M_{k_v_{i+288}}$$

$$M_{k_5.v_i} := M_{k_v_{i+144}}$$





5.3 Společný graf pro kroutící moment všech válců



5.4 Kroutící moment na hlavních čepch klikového hřídele

První hlavní čep

$$M_{k_1.hl_cep_i} := 0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Druhý hlavní čep

$$M_{k_2.hl_cep_i} := M_{k_1.v_i}$$

Třetí hlavní čep

$$M_{k_3.hl_cep_i} := M_{k_2.hl_cep_i} + M_{k_2.v_i}$$

Čtvrtý hlavní čep

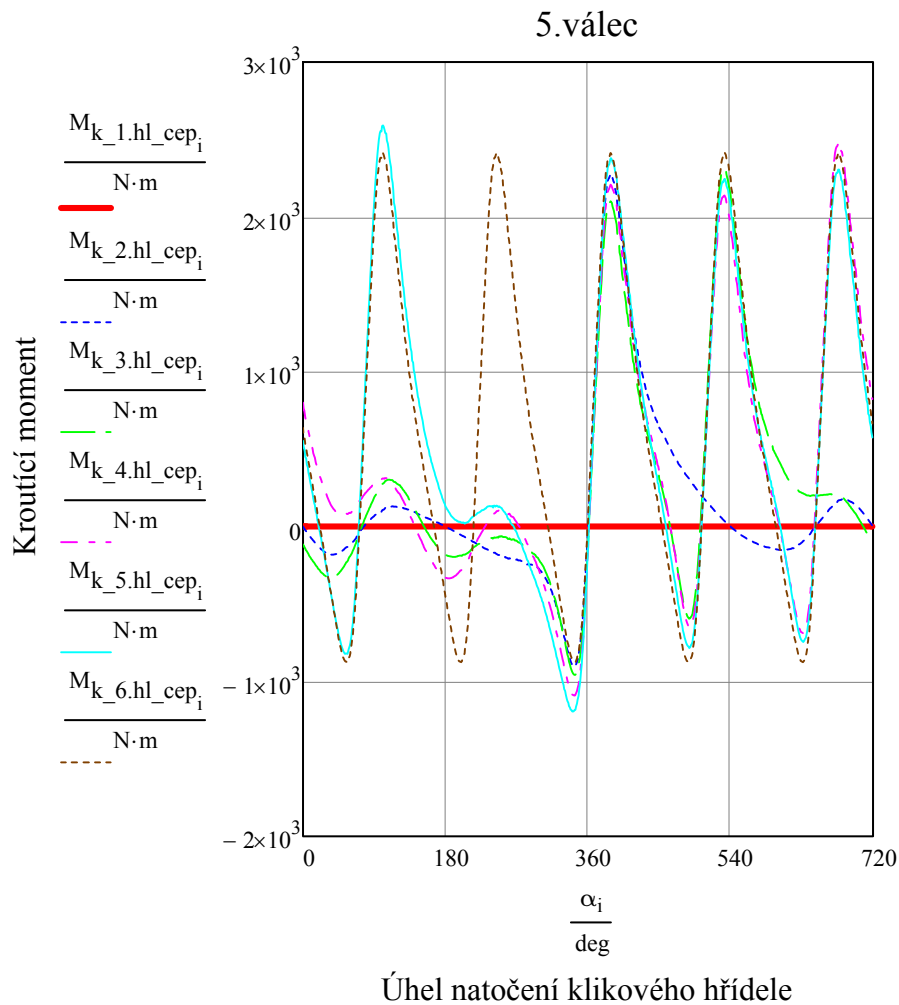
$$M_{k_4.hl_cep_i} := M_{k_3.hl_cep_i} + M_{k_3.v_i}$$

Pátý hlavní čep

$$M_{k_5.hl_cep_i} := M_{k_4.hl_cep_i} + M_{k_4.v_i}$$

Šestý hlavní čep

$$M_{k_6.hl_cep_i} := M_{k_5.hl_cep_i} + M_{k_5.v_i}$$



5.5 Krouťicí momenty na ojnicích čepch klikového hřídele

První ojnicí čep:

$$M_{k_1.oj_cep_i} := M_{k_1.hl_cep_i} + \frac{M_{k_1.v_i}}{2}$$

Druhý ojnicí čep:

$$M_{k_2.oj_cep_i} := M_{k_2.hl_cep_i} + \frac{M_{k_2.v_i}}{2}$$

Třetí ojnicí čep:

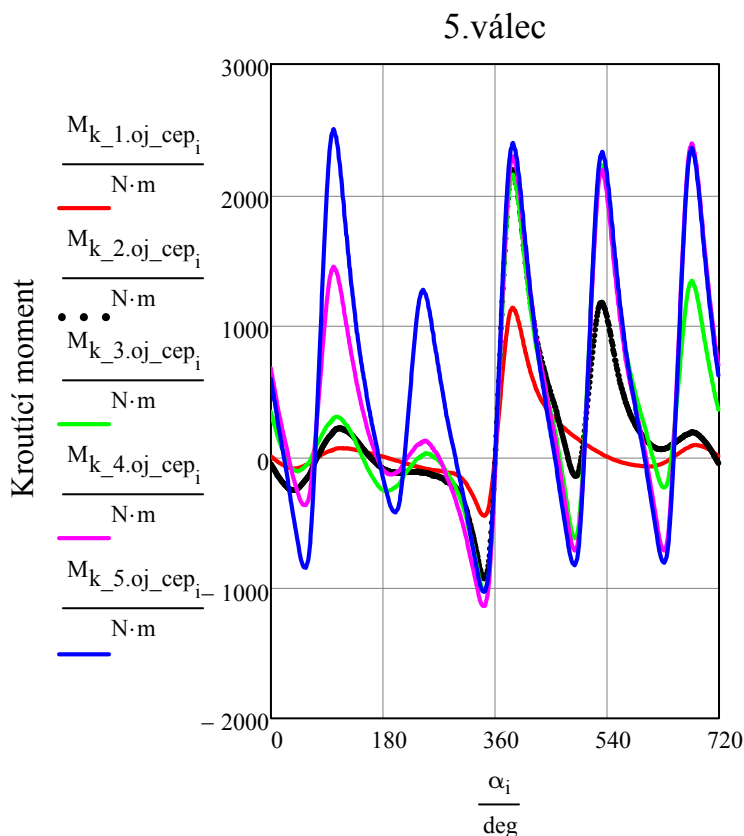
$$M_{k_3.oj_cep_i} := M_{k_3.hl_cep_i} + \frac{M_{k_3.v_i}}{2}$$

Čtvrtý ojnicní čep:

$$M_{k_4.oj_cep_i} := M_{k_4.hl_cep_i} + \frac{M_{k_4.v_i}}{2}$$

Pátý ojnicní čep:

$$M_{k_5.oj_cep_i} := M_{k_5.hl_cep_i} + \frac{M_{k_5.v_i}}{2}$$



5.6 Výsledky nejvíce zatížených čepů klikového hřídele

5.6.1 Zatížení hlavních čepů

$$\min(M_{k_1.hl_cep}) = 0 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_2.hl_cep}) = -903.711 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_3.hl_cep}) = -959.271 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_4.hl_cep}) = -1091.452 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_5.hl_cep}) = -1194.625 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_6.hl_cep}) = -877.55 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_1.hl_cep}) = 0 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_2.hl_cep}) = 2279.329 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_3.hl_cep}) = 2314.103 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_4.hl_cep}) = 2482.542 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_5.hl_cep}) = 2590.772 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_6.hl_cep}) = 2414.173 \cdot N \cdot m$$

$$R_{hl_cep0} := \max(M_{k_1.hl_cep}) - \min(M_{k_1.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep1} := \max(M_{k_2.hl_cep}) - \min(M_{k_2.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep2} := \max(M_{k_3.hl_cep}) - \min(M_{k_3.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep3} := \max(M_{k_4.hl_cep}) - \min(M_{k_4.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep4} := \max(M_{k_5.hl_cep}) - \min(M_{k_5.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep5} := \max(M_{k_6.hl_cep}) - \min(M_{k_6.hl_cep})$$

$$R_{hl_cep} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3183.041 \\ 3273.375 \\ 3573.994 \\ 3785.396 \\ 3291.723 \end{pmatrix} \cdot N \cdot m$$

$$\max(R_{hl_cep}) = 3785.396 \cdot N \cdot m$$

5.6.2 Zatížení ojnicích čepů

$$\max(M_{k_1.oj_cep}) = 1139.665 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_2.oj_cep}) = 2191.03 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_3.oj_cep}) = 2226.102 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_4.oj_cep}) = 2394.243 \cdot N \cdot m$$

$$\max(M_{k_5.oj_cep}) = 2502.473 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_1.oj_cep}) = -451.856 \cdot N \cdot m$$

$$\min(M_{k_2.oj_cep}) = -931.035 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\min(M_{k_3.oj_cep}) = -1025.362 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\min(M_{k_4.oj_cep}) = -1141.673 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\min(M_{k_5.oj_cep}) = -1032.081 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$R_{oj_cep0} := \max(M_{k_1.oj_cep}) - \min(M_{k_1.oj_cep})$$

$$R_{oj_cep1} := \max(M_{k_2.oj_cep}) - \min(M_{k_2.oj_cep})$$

$$R_{oj_cep2} := \max(M_{k_3.oj_cep}) - \min(M_{k_3.oj_cep})$$

$$R_{oj_cep3} := \max(M_{k_4.oj_cep}) - \min(M_{k_4.oj_cep})$$

$$R_{oj_cep4} := \max(M_{k_5.oj_cep}) - \min(M_{k_5.oj_cep})$$

$$R_{oj_cep} = \begin{pmatrix} 1591.52 \\ 3122.065 \\ 3251.463 \\ 3535.917 \\ 3534.554 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad \max(R_{oj_cep}) = 3535.917 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

5.6.3 Hodnoty krouticího momentu

$$M_{k_min_max} := \frac{\begin{pmatrix} \max(M_{k_4.hl_cep}) & \min(M_{k_4.hl_cep}) \\ \max(M_{k_4.oj_cep}) & \min(M_{k_4.oj_cep}) \end{pmatrix}}{\text{N} \cdot \text{m}}$$

$$M_{k_min_max} = \begin{pmatrix} 2482.542 & -1091.452 \\ 2394.243 & -1141.673 \end{pmatrix}$$

6. Torzní kmitání klikového hřídele

Průměr hlavního čepu:	$D_{HC} := 80\text{mm}$
Redukovaný průměr:	$D_{red} := 80\text{mm}$
Průměr ojnicního čepu:	$D_{KC} := 66\text{mm}$
Poloměr kliky:	$r = 60\text{mm}$
Délka hlavního čepu:	$b_{HC} := 40\text{mm}$
Délka klikového čepu:	$b_{KC} := 44\text{mm}$
Šířka ramene:	$h_r := 25\text{mm}$
Tloušťka ramene:	$b_r := 141\text{mm}$

6.1 Redukovaná délka zalomení

$$l_{red} := D_{red}^4 \cdot \left[\frac{b_{HC} + 0.4 \cdot D_{HC}}{D_{HC}^4} + \frac{b_{KC} + 0.4 \cdot D_{KC}}{D_{KC}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{HC} + D_{KC})}{h_r \cdot b_r^3} \right]$$

$$l_{red} = 0.242\text{ m}$$

6.1.1 Redukce délky strany se setrvačником

Redukovaný průměr:	$D_{red} = 80\text{mm}$
Průměr rozteče šroubu setrvačnicku:	$d_p := 80\text{mm}$
Délka hlavního čepu:	$b_{HC} = 40\text{mm}$
Délka příruby setrvačnicku:	$l_p := 35\text{mm}$
Poloviční délka hlavního čepu u řemenice:	$l_1 := 23.5\text{mm}$

$$l_{red_setr} := \frac{b_{HC}}{2} + l_p \cdot \frac{D_{red}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red}$$

$$l_{red_setr} = 0.176\text{ m}$$

6.1.2 Redukovaná délka na straně řemenice

$$l_{red_rem} := l_1 + \frac{1}{2} \cdot l_{red}$$

$$l_{red_rem} = 0.144\text{ m}$$

6.2 Redukce hmot

6.2.1 Redukce hmot klikového mechanismu

Moment setrvačnosti rotačních hmot ojnice:

$$I_{oj_rot} := m_{oj_rot} \cdot r^2$$

$$I_{oj_rot} = 0.006 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Redukce hmot na straně setrvačníku:

Moment setrvačnosti setrvačníku:

$$I_{setr} := 0.5816 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment setrvačnosti klikového hřídele u setrvačníku:

$$I_{kon_setr} := 0.003397 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment setrvačnosti setrvačníku:

$$I_{celk_setr} := I_{setr} + I_{kon_setr}$$

$$I_{celk_setr} = 0.585 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Redukce hmot na straně řemenice:

Moment setrvačnosti řemenice:

$$I_{rem} := 0.0161 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment setrvačnosti klikového hřídele u řemenice:

$$I_{kon_rem} := 0.00024 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment setrvačnosti náhradního kotouče u řemenice:

$$I_{celk_rem} := I_{rem} + I_{kon_rem}$$

$$I_{celk_rem} = 0.016 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Redukce posuvných hmot:

$$I_{pos} := \left[(m_{p_sk} + m_{oj_pos}) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] \cdot r^2$$

$$I_{pos} = 0.005 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

6.2.2 Redukce rotačních hmot silového vyvážení

Moment setrvačnosti zalomení:

$$I_{\text{zal}_1} := 0.0487 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_2} := 0.0481 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_3} := 0.0481 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_4} := 0.0481 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_5} := 0.0489 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momenty setrvačnosti jednotlivých zalomení náhradních kotoučů:

$$I_{\text{celk_zal_1s}} := I_{\text{zal}_1} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_1s}} = 0.06 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_2s}} := I_{\text{zal}_2} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_2s}} = 0.059 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_3s}} := I_{\text{zal}_3} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_3s}} = 0.059 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_4s}} := I_{\text{zal}_4} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_4s}} = 0.059 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_5s}} := I_{\text{zal}_5} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_5s}} = 0.06 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

6.2.3 Redukce rotačních hmot momentového vyvážení

Moment setrvačnosti zalomení:

$$I_{\text{zal}_1} := 0.0209 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_2} := 0.0176 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_3} := 0.0176 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_4} := 0.0176 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal}_5} := 0.0211 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momenty setrvačnosti jednotlivých zalomení náhradních kotoučů:

$$I_{\text{celk_zal_1m}} := I_{\text{zal_1}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_1m}} = 0.032 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_2m}} := I_{\text{zal_2}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_2m}} = 0.029 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_3m}} := I_{\text{zal_3}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_3m}} = 0.029 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_4m}} := I_{\text{zal_4}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_4m}} = 0.029 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_5m}} := I_{\text{zal_5}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_5m}} = 0.032 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

6.2.4 Redukce rotačních hmot kombinovaného vyvážení

Moment setrvačnosti zalomení:

$$I_{\text{zal_1}} := 0.0317 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal_2}} := 0.0296 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal_3}} := 0.0296 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal_4}} := 0.0296 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{zal_5}} := 0.0319 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Momenty setrvačnosti jednotlivých zalomení náhradních kotoučů:

$$I_{\text{celk_zal_1}} := I_{\text{zal_1}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_1}} = 0.043 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_2}} := I_{\text{zal_2}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_2}} = 0.041 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_3}} := I_{\text{zal_3}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_3}} = 0.041 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_4}} := I_{\text{zal_4}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_4}} = 0.041 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_{\text{celk_zal_5}} := I_{\text{zal_5}} + I_{\text{oj_rot}} + I_{\text{pos}}$$

$$I_{\text{celk_zal_5}} = 0.043 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

6.3 Vlastní torzní kmitání soustavy

6.3.1 Výpočet tuhosti

Poloměr kliky:

$$r = 60 \cdot \text{mm}$$

Redukovaný průměr:

$$D_{\text{red}} = 80 \cdot \text{mm}$$

Modul pružnosti ve smyku:

$$G_1 := 80000 \text{ MPa}$$

Polární kvadratický moment:

$$I_p := \frac{\pi \cdot D_{\text{red}}^4}{32}$$

$$c_0 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red_rem}}}$$

$$c_0 = 2226512.05 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_1 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red}}}$$

$$c_1 = 1329493 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_2 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red}}}$$

$$c_2 = 1329493 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_3 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red}}}$$

$$c_3 = 1329493 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_4 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red}}}$$

$$c_4 = 1329493 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_5 := \frac{G_1 \cdot I_p}{I_{\text{red_setr}}}$$

$$c_5 = 1827985 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

6.3.2 Výpočet vlastní frekvence soustavy

$$\underline{\underline{C}} := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 \end{pmatrix}$$

6.3.2.1 Silové vyvážení

$$\underline{\underline{I}} := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} \\ I_{\text{celk_zal_1s}} \\ I_{\text{celk_zal_2s}} \\ I_{\text{celk_zal_3s}} \\ I_{\text{celk_zal_4s}} \\ I_{\text{celk_zal_5s}} \\ I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{I}} = \begin{pmatrix} 0.016 \\ 0.06 \\ 0.059 \\ 0.059 \\ 0.059 \\ 0.06 \\ 0.585 \end{pmatrix} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matice hmotnosti:

$$\underline{\underline{M}} := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{\text{celk_zal_1s}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_2s}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_3s}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_4s}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_5s}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix}$$

Čtvercová matice:

$$\underline{\underline{A}}_1 := \underline{\underline{M}}^{-1} \cdot \underline{\underline{C}}$$

Vlastní čísla:

$$\lambda_{\text{vc}} := \text{eigenvals}(\underline{\underline{A}}_1)$$

Úhlová frekvence vlastního kmitu:

$$\lambda_{vc} = \begin{pmatrix} 179587765.564 \\ 82886469.001 \\ 64433209.372 \\ 39421086.737 \\ 16280274.333 \\ 2557387.308 \\ -0 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega_1 := \sqrt{\lambda_{vc}}$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 13401.036 \\ 9104.201 \\ 8027.03 \\ 6278.621 \\ 4034.882 \\ 1599.183 \\ 0i \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$x := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$x = \begin{pmatrix} 0.952 & 0.174 & -0.321 & 0.427 & 0.499 & 0.56 & 0.378 \\ -0.303 & 0.068 & -0.169 & 0.303 & 0.439 & 0.549 & 0.378 \\ 0.052 & -0.364 & 0.577 & -0.443 & 0.016 & 0.468 & 0.378 \\ -0.009 & 0.553 & -0.34 & -0.408 & -0.418 & 0.334 & 0.378 \\ 0.002 & -0.58 & -0.278 & 0.347 & -0.548 & 0.161 & 0.378 \\ -0 & 0.437 & 0.585 & 0.491 & -0.279 & -0.03 & 0.378 \\ 0 & -0.017 & -0.03 & -0.042 & 0.066 & -0.167 & 0.378 \end{pmatrix}$$

První vlastní frekvence:

$$if := 0..6$$

Poměrné amplitudy

$$a1_{if} := \frac{x_{if,5}}{x_{0,5}}$$

Vlastní úhlová frekvence:

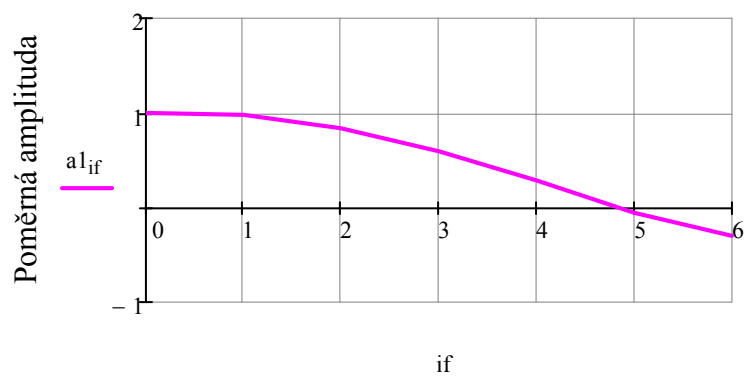
$$\Omega_{15} = 1599.183 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{1s} := \frac{\Omega_{15}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{1s} = 254.5 \cdot \text{Hz}$$

Vlastní tvar



Pořadí náhradních kotoučů torzní soustavy

Druhá vlastní frekvence:

$$if := 0..6$$

$$a2_{if} := \frac{x_{if,4}}{x_{0,4}}$$

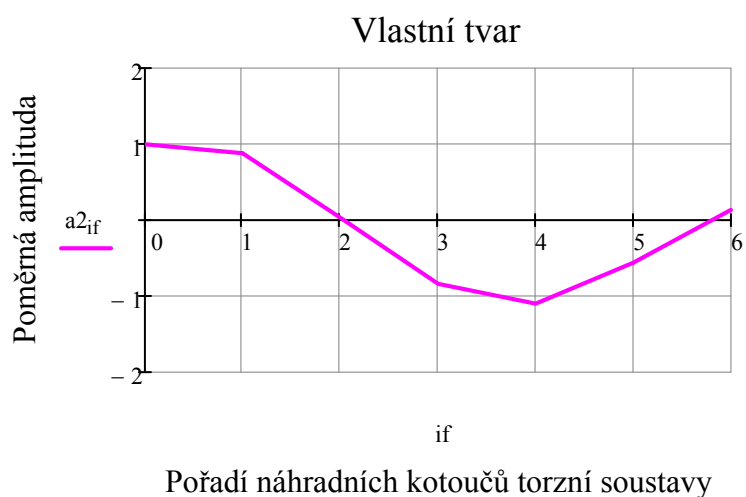
Vlastní úhlová frekvence:

$$\Omega_{14} = 4034.882 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{2s} := \frac{\Omega_{14}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{2s} = 642.2 \cdot \text{Hz}$$



6.3.2.2 Momentové vyvážení

$$I := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} \\ I_{\text{celk_zal_1m}} \\ I_{\text{celk_zal_2m}} \\ I_{\text{celk_zal_3m}} \\ I_{\text{celk_zal_4m}} \\ I_{\text{celk_zal_5m}} \\ I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 0.016 \\ 0.032 \\ 0.029 \\ 0.029 \\ 0.029 \\ 0.032 \\ 0.585 \end{pmatrix} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matice hmotnosti:

$$M := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{\text{celk_zal_1m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_2m}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_3m}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_4m}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_5m}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix}$$

Čtvercová matice:

$$A_1 := M^{-1} \cdot C$$

Vlastní čísla:

$$\lambda_{\text{wv}} := \text{eigenvals}(A_1)$$

Úhlová frekvence vlastního kmitu:

$$\lambda_{vc} = \begin{pmatrix} 228331129.878 \\ 165018728.163 \\ 122664221.941 \\ 73159448.335 \\ 29248177.098 \\ 3984789.969 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega_1 := \sqrt{\lambda_{vc}}$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 15110.63 \\ 12845.962 \\ 11075.388 \\ 8553.33 \\ 5408.158 \\ 1996.194 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$x := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$x = \begin{pmatrix} -0.807 & -0.24 & 0.334 & -0.4 & -0.477 & -0.563 & 0.378 \\ 0.545 & 0.051 & 0.033 & -0.185 & -0.375 & -0.547 & 0.378 \\ -0.211 & 0.334 & -0.569 & 0.503 & 0.063 & -0.466 & 0.378 \\ 0.081 & -0.583 & 0.349 & 0.39 & 0.46 & -0.345 & 0.378 \\ -0.031 & 0.595 & 0.335 & -0.345 & 0.565 & -0.194 & 0.378 \\ 0.01 & -0.366 & -0.574 & -0.53 & 0.309 & -0.027 & 0.378 \\ -0 & 0.007 & 0.015 & 0.024 & -0.037 & 0.097 & 0.378 \end{pmatrix}$$

První vlastní frekvence:

$$if := 0..6$$

Poměrné amplitudy:

$$a1_{if} := \frac{x_{if,5}}{x_{0,5}}$$

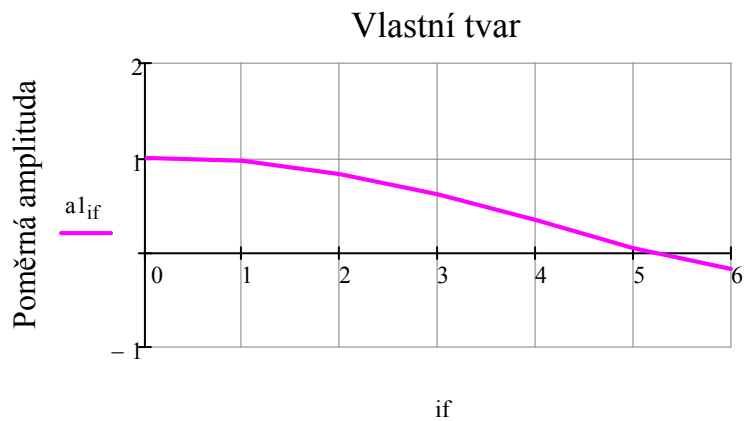
Vlastní úhlová frekvence:

$$\Omega_{15} = 1996.194 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{1m} := \frac{\Omega_{15}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{1m} = 317.7 \cdot \text{Hz}$$



Pořadí náhradních kotoučů torzní soustavy

Druhá vlastní frekvence:

$$if := 0..6$$

$$a_{2if} := \frac{x_{if,4}}{x_{0,4}}$$

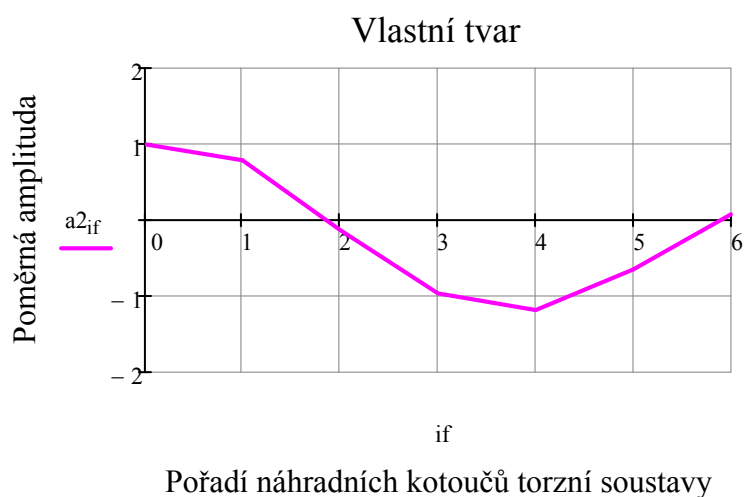
Vlastní úhlová frekvence:

$$\Omega_{14} = 5408.158 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{2m} := \frac{\Omega_{14}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{2m} = 860.7 \cdot \text{Hz}$$



6.3.2.3 Kombinované vyvážení

$$I := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} \\ I_{\text{celk_zal_1}} \\ I_{\text{celk_zal_2}} \\ I_{\text{celk_zal_3}} \\ I_{\text{celk_zal_4}} \\ I_{\text{celk_zal_5}} \\ I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 0.016 \\ 0.043 \\ 0.041 \\ 0.041 \\ 0.041 \\ 0.043 \\ 0.585 \end{pmatrix} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matice hmotnosti:

$$M := \begin{pmatrix} I_{\text{celk_rem}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{\text{celk_zal_1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_4}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_zal_5}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{celk_setr}} \end{pmatrix}$$

Čtvercová matice:

$$A_{\text{ww}} := M^{-1} \cdot C$$

Vlastní čísla:

$$\lambda_{\text{vv}} := \text{eigenvals}(A_1)$$

Úhlová frekvence vlastního kmitu:

$$\lambda_{\text{vc}} = \begin{pmatrix} 200376355.891 \\ 118787064.108 \\ 90519361.334 \\ 54651596.83 \\ 22183430.483 \\ 3226245.492 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega_{\text{vv}} := \sqrt{\lambda_{\text{vc}}}$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 14155.436 \\ 10898.948 \\ 9514.166 \\ 7392.672 \\ 4709.929 \\ 1796.175 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$\mathbf{x}_{\text{vv}} := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -0.899 & -0.196 & 0.326 & -0.417 & -0.492 & -0.561 & 0.378 \\ 0.423 & -0.025 & 0.11 & -0.25 & -0.412 & -0.548 & 0.378 \\ -0.108 & 0.359 & -0.575 & 0.473 & 0.018 & -0.468 & 0.378 \\ 0.028 & -0.57 & 0.344 & 0.4 & 0.436 & -0.342 & 0.378 \\ -0.007 & 0.587 & 0.304 & -0.346 & 0.555 & -0.182 & 0.378 \\ 0.002 & -0.404 & -0.583 & -0.509 & 0.296 & -0.004 & 0.378 \\ -0 & 0.011 & 0.021 & 0.031 & -0.048 & 0.126 & 0.378 \end{pmatrix}$$

První vlastní frekvence:

$$i_f := 0..6$$

Poměrné amplitudy

$$a1_{i_f} := \frac{x_{i_f,5}}{x_{0,5}}$$

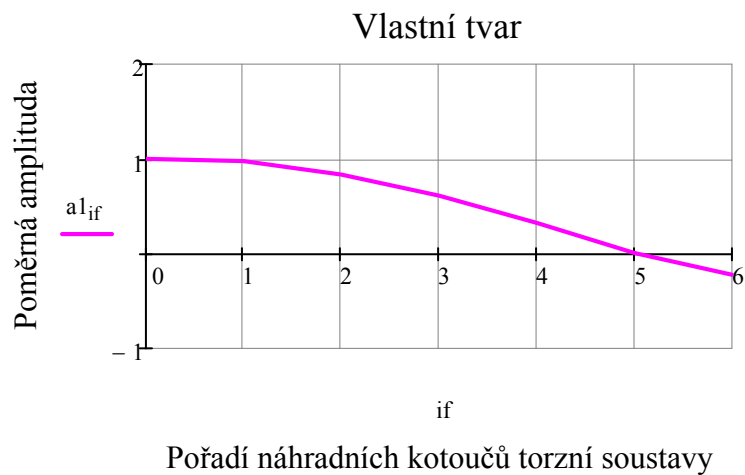
Vlastní úhlová frekvence:

$$\Omega_{1_5} = 1796.175 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_1 := \frac{\Omega_{1_5}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 285.9 \cdot \text{Hz}$$



Druhá vlastní frekvence:

$$if := 0..6$$

$$a2_{if} := \frac{x_{if,4}}{x_{0,4}}$$

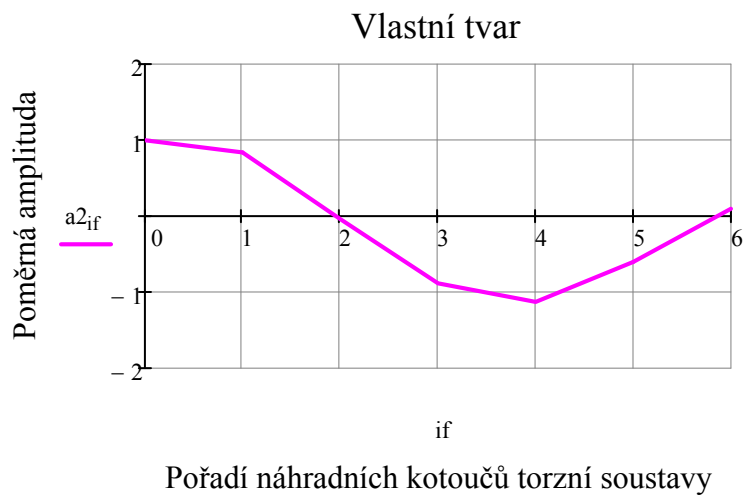
Vlastní úhlová frekvence:

$$\Omega_{1_4} = 4709.929 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_2 := \frac{\Omega_{1_4}}{2 \cdot \pi}$$

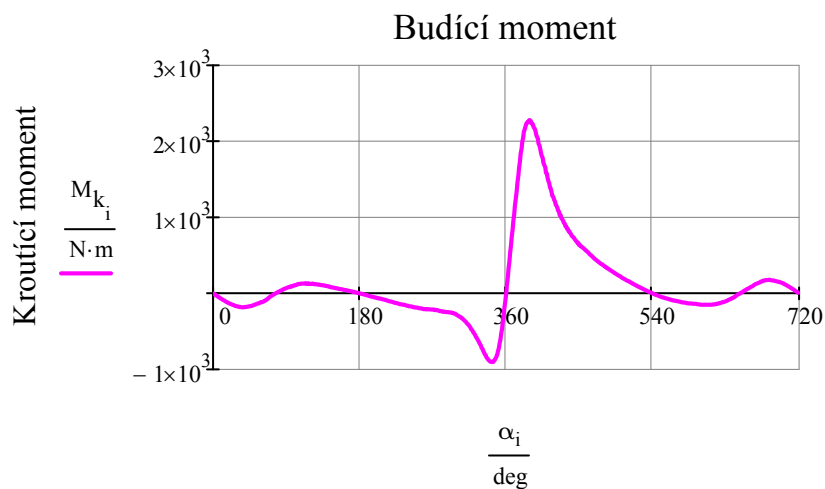
$$N_2 = 749.6 \cdot \text{Hz}$$



6.4 Vynucené torzní kmitání soustavy

6.4.1 Harmonická analýza budicího momentu

$$\begin{aligned} \text{krok} &:= \frac{720}{n_p} \cdot \text{deg} & \text{krok} &= 1 \cdot \text{deg} & n_p &:= 720 \\ i &:= 0..n_p - 1 & \alpha_i &:= i \cdot \text{krok} & n_p - 1 &= 719 \end{aligned}$$



Úhel natočení klikového hřídele

Počet vzorků:

$$n := 720$$

Číslo vzorku:

$$i := 0..n - 1$$

Velikost kroku:

$$\text{krok} := 1 \text{ deg}$$

$$(\text{vec}_i) := M_{k_i}$$

$$n_p = 720$$

$$k := 0..24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$q_k := \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{i=0}^{n_p-1} \left[M_{k_i} \cdot e^{j \left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_p} \right)} \right]$$

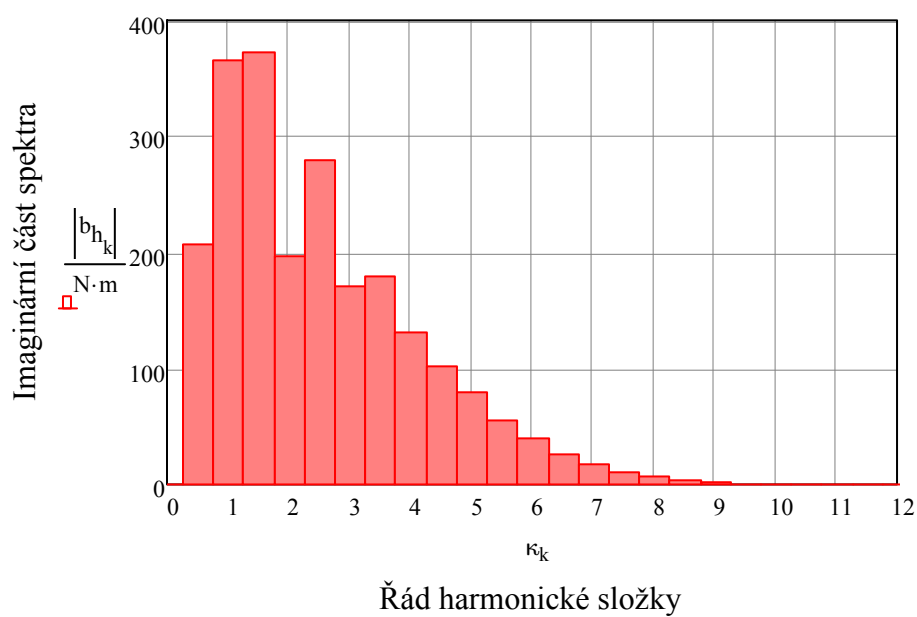
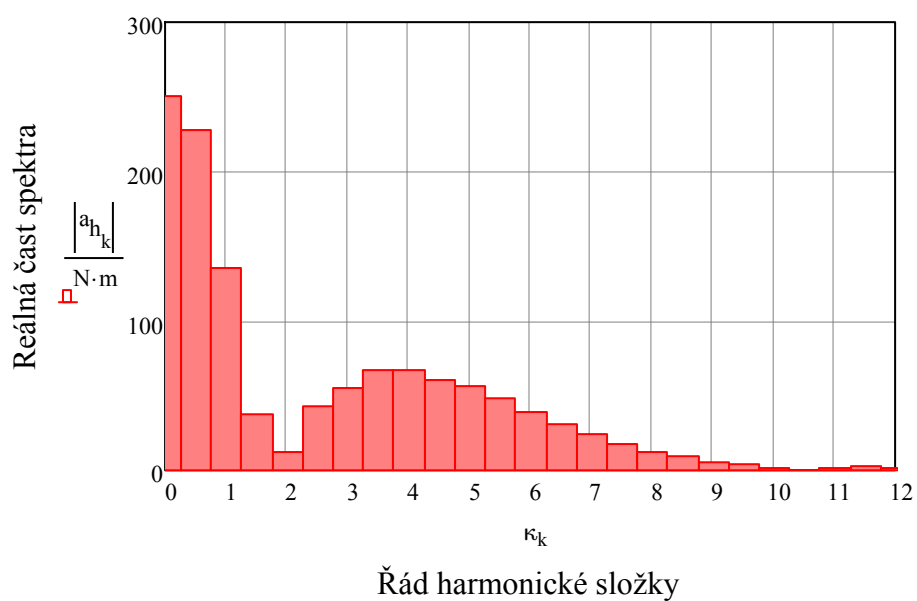
$$a_{h_k} := \operatorname{Re}(q_k)$$

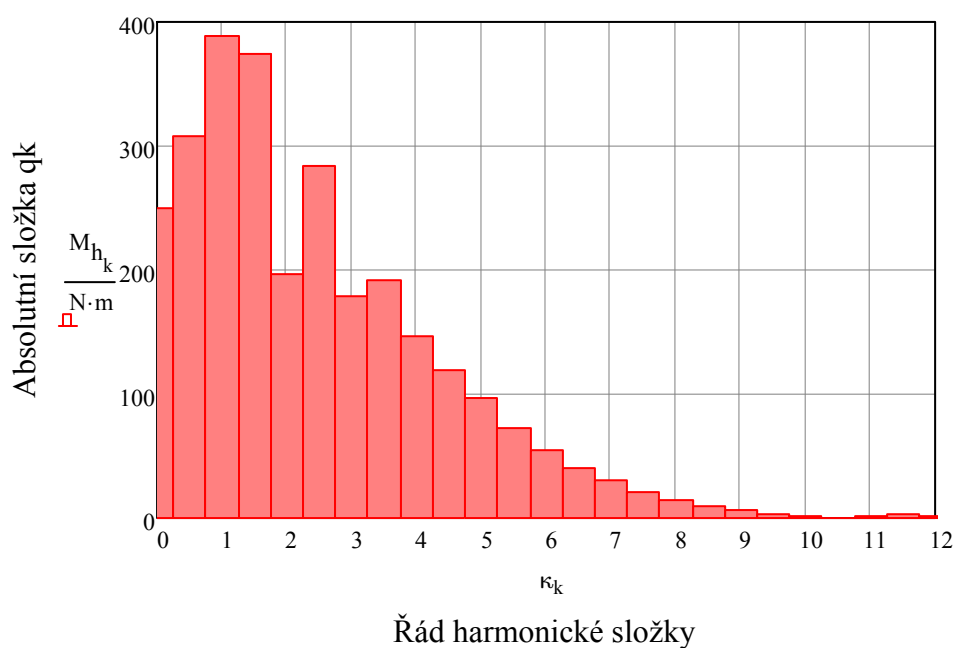
$$b_{h_k} := \operatorname{Im}(q_k)$$

$$\frac{k}{2} =$$

$$M_{h_k} := |q_k|$$

0	$\kappa =$	0	$a_{h_k} =$	$b_{h_k} =$	$M_{h_k} =$
0.5		0	250.65 J	0 J	250.65 J
1		1	-227.88	-206.31	307.4
1.5		2	134.87	365.37	389.47
2		3	-37.61	-372	373.9
2.5		4	-11.85	195.71	196.07
3		5	42.56	-280	283.22
3.5		6	-55.52	170.24	179.06
4		7	67.04	-179.36	191.48
4.5		8	-66.86	131.23	147.28
5		9	60.36	-102.26	118.75
5.5		10	-56.23	79.38	97.28
6		11	47.83	-55.43	73.21
6.5		12	-39.32	39.18	55.5
7		13	31.01	-25.95	40.44
7.5		14	-24.21	17.75	30.02
8		15	17.77	-10.46	20.62
8.5		16	-12.68	6.39	14.2
9		17	9.68	-3.15	10.18
9.5		18	-5.54	1.58	5.76
10		19	3.8	-0.05	3.8
...		20





6.4.2 Kritické otázky

6.4.2.1 Silové vyvážení

Pro 1. vlastní frekvenci:

$$\kappa_1 := 0.5, 1..10$$

$$n_{kr_1}(\kappa_1) := \frac{N_{1s}}{\kappa_1}$$

Pro 2. vlastní frekvenci:

$$n_{kr_2}(\kappa_1) := \frac{N_{2s}}{\kappa_1}$$

$\kappa_1 =$	$\frac{n_{kr_1}(\kappa_1)}{\frac{1}{\min}} =$	$\frac{n_{kr_2}(\kappa_1)}{\frac{1}{\min}} =$
0.5	30542	77061
1	15271	38530
1.5	10181	25687
2	7636	19265
2.5	6108	15412
3	5090	12843
3.5	4363	11009
4	3818	9633
4.5	3394	8562
5	3054	7706
5.5	2777	7006
6	2545	6422
6.5	2349	5928
7	2182	5504
7.5	2036	5137
8	1909	4816
8.5	1797	4533
9	1697	4281
9.5	1607	4056
10	1527	3853

6.4.2.2 Momentové vyvážení

Pro 1. vlastní frekvenci:

$$\kappa_1 := 0.5, 1 \dots 10$$

$$n_{kr_1}(\kappa_1) := \frac{N_{1m}}{\kappa_1}$$

Pro 2. vlastní frekvenci:

$$n_{kr_2}(\kappa_1) := \frac{N_{2m}}{\kappa_1}$$

$\kappa_1 =$	$\frac{n_{kr_1}(\kappa_1)}{1} =$ min	$\frac{n_{kr_2}(\kappa_1)}{1} =$ min
0.5	38124	103288
1	19062	51644
1.5	12708	34429
2	9531	25822
2.5	7625	20658
3	6354	17215
3.5	5446	14755
4	4766	12911
4.5	4236	11476
5	3812	10329
5.5	3466	9390
6	3177	8607
6.5	2933	7945
7	2723	7378
7.5	2542	6886
8	2383	6456
8.5	2243	6076
9	2118	5738
9.5	2007	5436
10	1906	5164

6.4.2.3 Kombinované vyvážení

Pro 1. vlastní frekvenci:

$$\kappa_1 := 0.5, 1 \dots 10$$

$$n_{kr_1}(\kappa_1) := \frac{N_1}{\kappa_1}$$

Pro 2. vlastní frekvenci:

$$n_{kr_2}(\kappa_1) := \frac{N_2}{\kappa_1}$$

$\kappa l =$	$\frac{n_{kr_1}(\kappa l)}{1} =$ min	$\frac{n_{kr_2}(\kappa l)}{1} =$ min
0.5	34304	89953
1	17152	44977
1.5	11435	29984
2	8576	22488
2.5	6861	17991
3	5717	14992
3.5	4901	12850
4	4288	11244
4.5	3812	9995
5	3430	8995
5.5	3119	8178
6	2859	7496
6.5	2639	6919
7	2450	6425
7.5	2287	5997
8	2144	5622
8.5	2018	5291
9	1906	4997
9.5	1805	4734
10	1715	4498

6.4.3 Vydátnost rezonančních kmitů

Výpočet přídatného torzního napětí provedu pouze pro klikový hřídel s kombinovaným vyvážením.

Úhel mezi dvěma po sobě následujícími vzněty:

$$\delta_1 := \frac{720}{z}$$

$$\delta_1 = 144$$

6.4.3.1 První vlastní frekvence

$$k := 0.5, 3, 5.5, 8$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 0.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1$$

$$\sigma = 72$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 72\text{deg} \quad \sigma_3 := 288\text{deg} \quad \sigma_4 := 144\text{deg} \quad \sigma_5 := 216\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_0.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_0.5} = 1.492$$

$$k := 1, 3.5, 6, 8.5$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 144$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 144\text{deg} \quad \sigma_3 := 216\text{deg} \quad \sigma_4 := 288\text{deg} \quad \sigma_5 := 72\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_1} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1} = 0.037$$

$$k := 1.5, 4, 6.5, 9$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 216$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 216\text{deg} \quad \sigma_3 := 144\text{deg} \quad \sigma_4 := 72\text{deg} \quad \sigma_5 := 288\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_1.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1.5} = 0.037$$

$$k := 2, 4.5, 7, 9.5$$

Harmonická složka:

$$k := 2$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 288$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 288\text{deg} \quad \sigma_3 := 72\text{deg} \quad \sigma_4 := 216\text{deg} \quad \sigma_5 := 144\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_2} := \sqrt{\left[\sum_{if} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{if} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_2} = 1.492$$

$$k := 2.5, 5, 7.5, 10$$

Harmonická složka:

$$k := 2.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 360$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 0\text{deg} \quad \sigma_3 := 0\text{deg} \quad \sigma_4 := 0\text{deg} \quad \sigma_5 := 0\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_2.5} := \sqrt{\left[\sum_{if} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{if} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_2.5} = 7.58$$

6.4.3.2 Druhá vlastní frekvence

$$k := 0.5, 3, 5.5, 8$$

Harmonická složka:

$$k := 0.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1$$

$$\sigma = 72$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 72 \text{deg} \quad \sigma_3 := 288 \text{deg} \quad \sigma_4 := 144 \text{deg} \quad \sigma_5 := 216 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_0.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_0.5} = 4.057$$

$$k := 1, 3.5, 6, 8.5$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 144$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 144 \text{deg} \quad \sigma_3 := 216 \text{deg} \quad \sigma_4 := 288 \text{deg} \quad \sigma_5 := 72 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_1} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1} = 2.103$$

$$k := 1.5, 4, 6.5, 9$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 216$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 216 \text{deg} \quad \sigma_3 := 144 \text{deg} \quad \sigma_4 := 72 \text{deg} \quad \sigma_5 := 288 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_1.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1.5} = 2.103$$

$$k := 2, 4.5, 7, 9.5$$

Harmonická složka:

$$k := 2$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 288$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 288\text{deg} \quad \sigma_3 := 72\text{deg} \quad \sigma_4 := 216\text{deg} \quad \sigma_5 := 144\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_2} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_2} = 4.057$$

$$k := 2.5, 5, 7.5, 10$$

Harmonická složka:

$$k := 2.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 360$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 0\text{deg} \quad \sigma_3 := 0\text{deg} \quad \sigma_4 := 0\text{deg} \quad \sigma_5 := 0\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_2.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_2.5} = 3.298$$

Přehled vydatnosti rezonance:

1. vlastní frekvence:

$$\varepsilon_{z_1} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} 1.492 \\ 0.037 \\ 0.037 \\ 1.492 \\ 7.58 \end{pmatrix}$$

$$\max(\varepsilon_{z_1}) = 7.58$$

2. vlastní frekvence:

$$\varepsilon_{z_2} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_2} = \begin{pmatrix} 4.057 \\ 2.103 \\ 2.103 \\ 4.057 \\ 3.298 \end{pmatrix} \quad \max(\varepsilon_{z_2}) = 4.057$$

6.4.4 Torzní výchylky v rezonanci

j := 0..20 i := 0..6

Velikost tlumících odporů:

$$\xi := 2.2 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}}{\text{rad}}$$

Načtení vydatnosti rezonance:

$$\varepsilon_1 := \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_2 := \begin{pmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \end{pmatrix}$$

První vlastní frekvence:

$$\kappa := 0, 0.5 \dots 10$$

Torzní výchylka volného konce klikového hřídele pro harmonický řád κ :

$$\phi_{0_1_j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{1_j}}{\Omega_{1_5} \cdot \xi \cdot \left[\sum_i (a_{1_i})^2 \right]}$$

Torzní výchylka volného konce klikového hřídele pro harmonický řád κ v úhlových stupních:

$$\phi_{0_1_deg} := \phi_{0_1} \cdot \frac{180}{\pi} \quad \max(\phi_{0_1}) = 0.171 \quad \max(\phi_{0_1_deg}) = 9.795$$

$\kappa =$

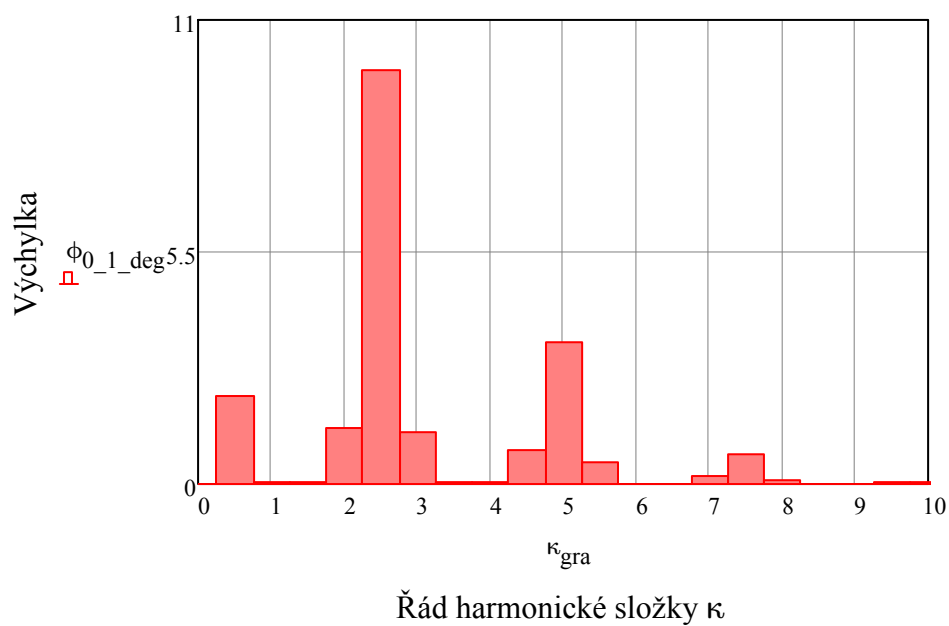
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10

$\phi_{0_1} =$

	0
0	0
1	0.03653
2	0.00115
3	0.0011
4	0.0233
5	0.17095
6	0.02128
7	0.00056
8	0.00043
9	0.01411
10	0.05872
11	0.0087
12	0.00016
13	0.00012
14	0.00357
15	0.01245
16	0.00169
17	0.00003
18	0.00002
19	0.00045
20	0.00078

$\phi_{0_1_deg} =$

	0
0	0
1	2.093
2	0.066
3	0.063
4	1.335
5	9.795
6	1.219
7	0.032
8	0.025
9	0.808
10	3.364
11	0.498
12	0.009
13	0.007
14	0.204
15	0.713
16	0.097
17	0.002
18	0.001
19	0.026
20	0.044



Druhá vlastní frekvence:

$$\kappa := 0, 0.5.. 10$$

Torzní výchylka volného konce klikového hřídele pro harmonický řád κ:

$$\phi_{0_2j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{2j}}{\Omega_{1_4} \cdot \xi \cdot \left[\sum_i (a_{2i})^2 \right]}$$

Torzní výchylka volného konce klikového hřídele pro harmonický řád κ v úhlových stupních:

$$\max(\phi_{0_2}) = 0.029 \quad \max(\phi_{0_2_deg}) = 1.669 \quad \phi_{0_2_deg} := \phi_{0_2} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\kappa =$

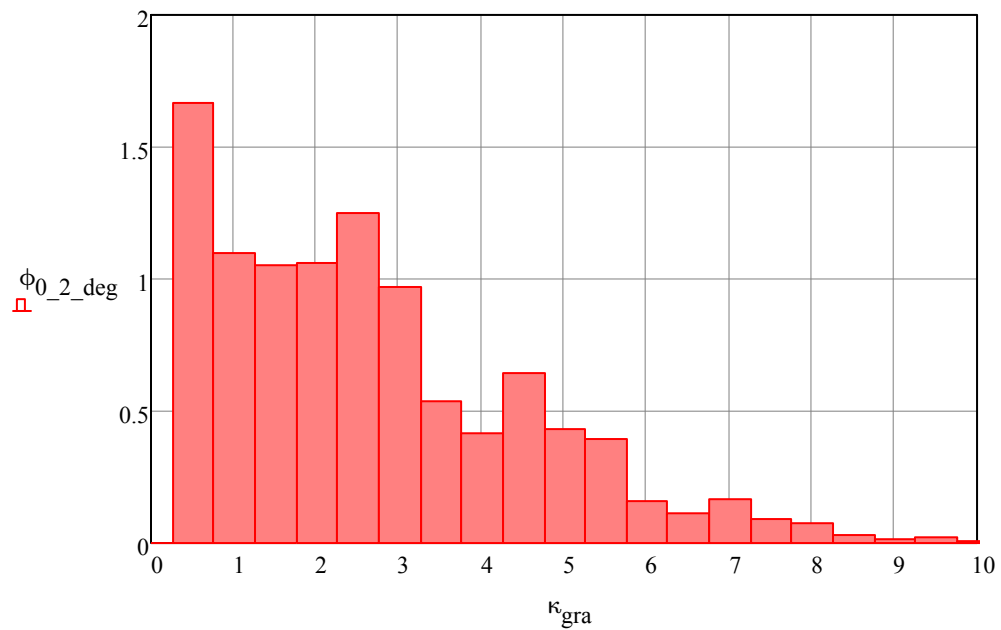
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10

$\phi_{0_2} =$

	0
0	0
1	0.0291
2	0.0191
3	0.0184
4	0.0186
5	0.0218
6	0.017
7	0.0094
8	0.0072
9	0.0112
10	0.0075
11	0.0069
12	0.0027
13	0.002
14	0.0028
15	0.0016
16	0.0013
17	0.0005
18	0.0003
19	0.0004
20	0.0001

$\phi_{0_2_deg} =$

	0
0	0
1	1.669
2	1.096
3	1.052
4	1.064
5	1.249
6	0.972
7	0.539
8	0.414
9	0.645
10	0.429
11	0.397
12	0.156
13	0.114
14	0.163
15	0.091
16	0.077
17	0.029
18	0.016
19	0.021
20	0.006



6.5 Namáhání torzními kmity

6.5.1 Namáhání pro 1. vlastní frekvenci

Poloha uzlu výkmitové čáry:

$$\Delta a_{l_{56}} := a_{l_5} - a_{l_6}$$

$$\Delta a_{l_{56}} = 0.231$$

Středavý kroutící moment:

$$M_{t1_1} := \phi_{0_1_{14}} \cdot \Delta a_{l_{56}} \cdot c_4$$

$$M_{t1_1} = 1097.9 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Modul průřezu ojničního čepu:

$$W_{\tau} := \frac{\pi \cdot D_{KC}^3}{16}$$

Přídavné kroutící napětí vyvolané torzním kmitáním:

$$\tau := \frac{M_{t1_1}}{W_{\tau}}$$

$$\tau = 19.4 \cdot \text{MPa}$$

7. Torzní napětí při použití tlumiče

7.1 Návrh základních parametrů tlumiče

Moment setrvačnosti tlumiče:

$$I_{tl} := 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Efektivní moment setrvačnosti soustavy bez tlumiče:

$$i := 0..6$$

$$I_{ef} := \sum_i \left[I_i \cdot (a_{l_i})^2 \right]$$

$$I_{ef} = 0.135 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Poměrná velikost tlumiče:

$$\mu := \frac{I_{tl}}{I_{ef}}$$

$$\mu = 0.222$$

rozsah 0.2 až 0.3

Optimální ladění tlumiče:

$$w := \frac{1}{1 + \mu}$$

$$w = 0.818$$

Úhlová frekvence tlumiče:

$$\Omega_{tl} := \Omega_{l_5} \cdot w$$

$$\Omega_{tl} = 1469.4 \frac{1}{\text{s}} \cdot \text{rad}$$

Tuhost tlumiče:

$$c_{tl} := I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2$$

$$c_{tl} = 64771.7 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

8. Výpočet vlastní frekvence soustavy s tlumičem torzních kmitů

$$I_t := \begin{pmatrix} I_{tl} \\ I_{celk_rem} \\ I_{celk_zal_1} \\ I_{celk_zal_2} \\ I_{celk_zal_3} \\ I_{celk_zal_4} \\ I_{celk_zal_5} \\ I_{celk_setr} \end{pmatrix} \quad I_t = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.016 \\ 0.043 \\ 0.041 \\ 0.041 \\ 0.041 \\ 0.043 \\ 0.585 \end{pmatrix} m^2 \cdot kg$$

Hodnoty torzních tuhostí:

$$c_t := \begin{pmatrix} c_{tl} \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix} \quad c_t = \begin{pmatrix} 64771.7 \\ 2226512 \\ 1329492.5 \\ 1329492.5 \\ 1329492.5 \\ 1329492.5 \\ 1827984.5 \end{pmatrix} \cdot \frac{N \cdot m}{rad}$$

Matice hmotnosti:

$$M_t := \begin{pmatrix} I_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{celk_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{celk_zal_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_setr} \end{pmatrix}$$

$$M_t = \begin{pmatrix} 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.016 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.043 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.041 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.041 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.041 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.043 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.585 \end{pmatrix} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matice tuhosti:

$$C_t := \begin{pmatrix} c_{tl} & -c_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{tl} & c_{tl} + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 \end{pmatrix}$$

$$C_t = \begin{pmatrix} 64772 & -64772 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -64772 & 2291284 & -2226512 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2226512 & 3556005 & -1329493 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1329493 & 2658985 & -1329493 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1329493 & 2658985 & -1329493 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1329493 & 2658985 & -1329493 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1329493 & 3157477 & -1827985 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1827985 & 1827985 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Čtvercová matice:

$$A_t := M_t^{-1} \cdot C_t$$

Vlastní čísla:

$$\lambda_{vc_t} := \text{eigenvals}(A_t)$$

Úhlová frekvence vlastního kmitání:

$$\Omega_{1_t} := \sqrt{\lambda_{vc_t}}$$

$$\Omega_{1_t} = \begin{pmatrix} 14243.3 \\ 10901.8 \\ 9523.6 \\ 7413.6 \\ 4759.7 \\ 2042.5 \\ 0i \\ 1288.8 \end{pmatrix} \frac{1}{s} \cdot \text{rad}$$

Výpočet amplitud:

$$x_t := \text{eigenvecs}(A_t)$$

$$x_t = \begin{pmatrix} -0.01 & 0.004 & -0.008 & -0.017 & 0.052 & -0.487 & 0.354 & 0.938 \\ 0.903 & -0.195 & 0.325 & 0.418 & -0.492 & 0.454 & 0.354 & 0.216 \\ -0.415 & -0.031 & 0.118 & 0.262 & -0.426 & 0.467 & 0.354 & 0.193 \\ 0.104 & 0.362 & -0.576 & -0.465 & -0.003 & 0.427 & 0.354 & 0.143 \\ -0.026 & -0.57 & 0.339 & -0.405 & 0.422 & 0.331 & 0.354 & 0.086 \\ 0.006 & 0.586 & 0.307 & 0.341 & 0.552 & 0.193 & 0.354 & 0.024 \\ -0.002 & -0.403 & -0.582 & 0.509 & 0.297 & 0.03 & 0.354 & -0.039 \\ 0 & 0.011 & 0.021 & -0.031 & -0.048 & -0.091 & 0.354 & -0.083 \end{pmatrix}$$

8.1 Vlastní frekvence soustavy

8.1.1 První vlastní frekvence

$$it := 0..7$$

Poměrné amplitudy:

$$a_{1_it} := \frac{x_{t,it,7}}{x_{t,0,7}}$$

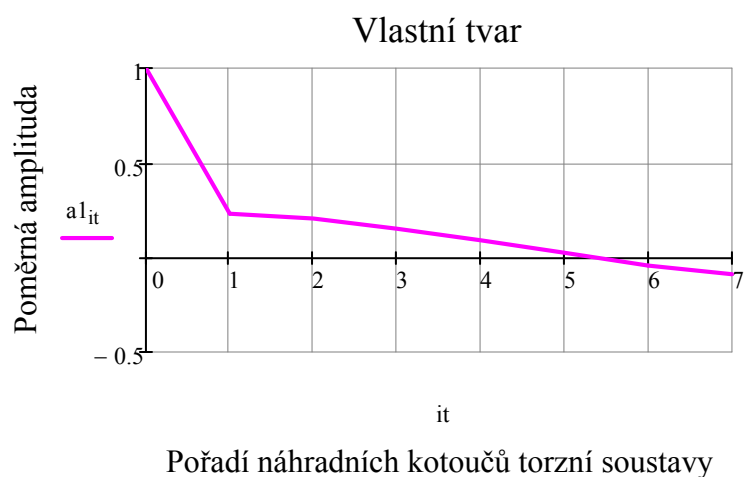
Velikost úhlové frekvence:

$$\Omega_{1_t7} = 1288.8 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{1_t} := \frac{\Omega_{1_t7}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{1_t} = 205.1 \cdot \text{Hz}$$



8.1.2 Druhá vlastní frekvence

$it := 0..7$

Poměrné amplitudy:

$$a2_{it} := \frac{x_{t_{it},5}}{x_{t_{0,5}}}$$

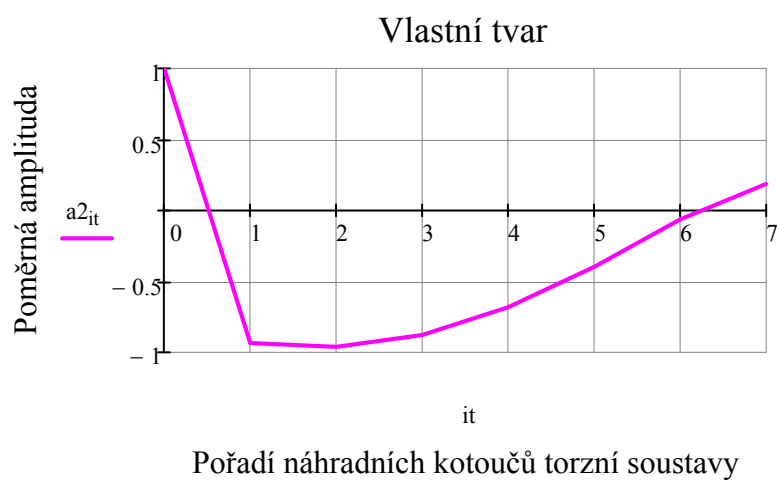
Velikost úhlové frekvence:

$$\Omega_{1_t5} = 2042.5 \frac{1}{s}$$

Vlastní frekvence:

$$N_{2_t} := \frac{\Omega_{1_t5}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{2_t} = 325.1 \cdot \text{Hz}$$



8.2 Vynucené torzní kmitání soustavy s tlumičem torzních kmitů

8.2.1 Kritické otáčky

Kritické otáčky pro 1. vlastní frekvenci:

$$n_{kr_1_t}(\kappa l) := \frac{N_{1_t}}{\kappa l}$$

Kritické otáčky pro 2. vlastní frekvenci:

$$n_{kr_2_t}(\kappa l) := \frac{N_{2_t}}{\kappa l}$$

$\kappa l =$	$\frac{n_{kr_1_t}(\kappa l)}{\frac{1}{\min}} =$	$\frac{n_{kr_2_t}(\kappa l)}{\frac{1}{\min}} =$
0.5	24614	39009
1	12307	19504
1.5	8205	13003
2	6154	9752
2.5	4923	7802
3	4102	6501
3.5	3516	5573
4	3077	4876
4.5	2735	4334
5	2461	3901
5.5	2238	3546
6	2051	3251
6.5	1893	3001
7	1758	2786
7.5	1641	2601
8	1538	2438
8.5	1448	2295
9	1367	2167
9.5	1295	2053
10	1231	1950

8.2.2 Vydatnost rezonančních kmitů

Úhel mezi rezestupy zážehů:

$$\delta_{iV} := \frac{720}{z} \quad i := 1..5$$

$$\delta_1 = 144$$

8.2.2.1 První vlastní frekvence

$$k := 0.5, 3, 5.5, 8$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 0.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1$$

$$\sigma = 72$$

$$\sigma_1 := 0 \text{ deg} \quad \sigma_2 := 72 \text{ deg} \quad \sigma_3 := 288 \text{ deg} \quad \sigma_4 := 144 \text{ deg} \quad \sigma_5 := 216 \text{ deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_0.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{2_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_0.5} = 0.069$$

$$k := 1, 3.5, 6, 8.5$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 144$$

$$\sigma_1 := 0 \text{ deg} \quad \sigma_2 := 144 \text{ deg} \quad \sigma_3 := 216 \text{ deg} \quad \sigma_4 := 288 \text{ deg} \quad \sigma_5 := 72 \text{ deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1_1} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1} = 0.001$$

$$k := 1.5, 4, 6.5, 9$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 216$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 216\text{deg} \quad \sigma_3 := 144\text{deg} \quad \sigma_4 := 72\text{deg} \quad \sigma_5 := 288\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1,1.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \cos(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \sin(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,1.5} = 0.001$$

$$k := 2, 4.5, 7, 9.5$$

Harmonická složka:

$$k := 2$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := k \cdot \delta_1 \quad \sigma = 288$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 288\text{deg} \quad \sigma_3 := 72\text{deg} \quad \sigma_4 := 216\text{deg} \quad \sigma_5 := 144\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1,2} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \cos(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \sin(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,2} = 0.069$$

$$k := 2.5, 5, 7.5, 10$$

Harmonická složka:

$$k := 2.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := k \cdot \delta_1 \quad \sigma = 360$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 0\text{deg} \quad \sigma_3 := 0\text{deg} \quad \sigma_4 := 0\text{deg} \quad \sigma_5 := 0\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{1,2.5} := \sqrt{\left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \cos(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{\text{if}} \left(a_{1,\text{if}} \cdot \sin(\sigma_{\text{if}}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,2.5} = 0.497$$

8.2.2.2 Druhá vlastní frekvence

$$k := 0.5, 3, 5.5, 8$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 0.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1$$

$$\sigma = 72$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 72 \text{deg} \quad \sigma_3 := 288 \text{deg} \quad \sigma_4 := 144 \text{deg} \quad \sigma_5 := 216 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_0.5} := \sqrt{\left[\sum_{if} (a_{2_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{if} (a_{2_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_0.5} = 0.455$$

$$k := 1, 3.5, 6, 8.5$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 144$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 144 \text{deg} \quad \sigma_3 := 216 \text{deg} \quad \sigma_4 := 288 \text{deg} \quad \sigma_5 := 72 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_1} := \sqrt{\left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1} = 0.097$$

$$k := 1.5, 4, 6.5, 9$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 216$$

$$\sigma_1 := 0 \text{deg} \quad \sigma_2 := 216 \text{deg} \quad \sigma_3 := 144 \text{deg} \quad \sigma_4 := 72 \text{deg} \quad \sigma_5 := 288 \text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_1.5} := \sqrt{\left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1.5} = 0.097$$

$$k := 2, 4.5, 7, 9.5$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 2$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 288$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 288\text{deg} \quad \sigma_3 := 72\text{deg} \quad \sigma_4 := 216\text{deg} \quad \sigma_5 := 144\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_2} := \sqrt{\left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_2} = 0.455$$

$$k := 2.5, 5, 7.5, 10$$

Harmonická složka:

$$\kappa := 2.5$$

Úhel směrové hvězdice:

$$\sigma := \kappa \cdot \delta_1 \quad \sigma = 360$$

$$\sigma_1 := 0\text{deg} \quad \sigma_2 := 0\text{deg} \quad \sigma_3 := 0\text{deg} \quad \sigma_4 := 0\text{deg} \quad \sigma_5 := 0\text{deg}$$

Vydatnost rezonance:

$$\varepsilon_{2_2.5} := \sqrt{\left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \cos(\sigma_{if})) \right]^2 + \left[\sum_{if} (a_{1_if} \cdot \sin(\sigma_{if})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_2.5} = 14.794$$

Přehled vydatnosti rezonance:

První vlastní frekvence:

$$\varepsilon_{z_1} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} 0.069 \\ 0.001 \\ 0.001 \\ 0.069 \\ 0.497 \end{pmatrix}$$

$$\max(\varepsilon_{z_1}) = 0.497$$

Druhá vlastní frekvence:

$$\varepsilon_{z_2} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_2} = \begin{pmatrix} 0.455 \\ 0.097 \\ 0.097 \\ 0.455 \\ 14.794 \end{pmatrix}$$

$$\max(\varepsilon_{z_2}) = 14.794$$

Načtení vydatnosti rezonance:

$$\varepsilon_1 := \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_2.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_2 := \begin{pmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_2.5} \end{pmatrix}$$

8.2.3 Torzní výchylky v rezonanci

Poměrný útlum:

$$\gamma := 0.08$$

Tlumicí odpor tlumiče:

$$\xi_{tl} := 2 \cdot \gamma \cdot I_{tl} \cdot \Omega_{1_t_7}$$

$$\xi_{tl} = 6.2 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}}$$

Poměrná amplituda tlumiče:

$$\Delta a_{t1} := 1 - a_{1_1}$$

$$\Delta a_{t1} = 0.8$$

První vlastní frekvence:

Torzní výchylka setrvačného kotouče tlumiče pro harmonický řád κ :

Velikost tlumících odporů:

$$\xi := 2.2 \cdot \frac{N \cdot m \cdot sec}{rad} \quad \text{if } := 1..20 \quad \kappa := 0.5, 1..10$$

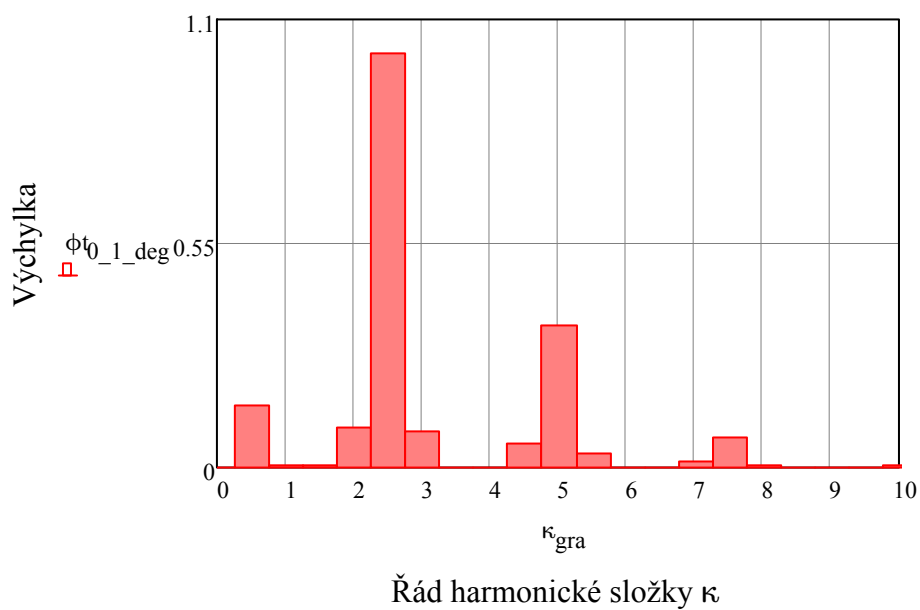
$$\phi_{t0_{1_{if}}} := \frac{(M_{h_{if}} \cdot \varepsilon_{1_{if}})}{\Omega_{1_{t7}} \cdot \left[\xi \cdot \left[\sum_{it} (a_{1_{it}})^2 \right] + \xi_{tl} \cdot (\Delta a_{t1})^2 \right]}$$

$$\phi_{t0_1_deg} := \phi_{t0_1} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\max(\phi_{t0_1}) = 0.018$$

$$\max(\phi_{t0_1_deg}) = 1.016$$

$\kappa =$		0		0
0.5		0		0
1		0.002665		0.1527
1.5		0.000073		0.0042
2		0.00007		0.004
2.5		0.0017		0.0974
3		0.017725		1.0156
3.5		0.001553		0.089
4		0.000036		0.0021
4.5		0.000028		0.0016
5	$\phi_{t0_1} =$	0.00103	$\phi_{t0_1_deg} =$	0.059
5.5		0.006088		0.3488
6		0.000635		0.0364
6.5		0.00001		0.0006
7		0.000008		0.0004
7.5		0.00026		0.0149
8		0.001291		0.0739
8.5		0.000123		0.0071
9		0.000002		0.0001
9.5		0.000001		0.0001
10		0.000033		0.0019
		0.00008		0.0046



Výchyly gumového prstence:

$$\phi_{\text{g}}^{\text{l}} := \phi_{\text{t}0_1} \cdot (a_{\text{l}5} - a_{\text{l}6})$$

$\phi_{\text{g}}^{\text{l}} =$

	0
0	0
1	0.00017859
2	0.00000488
3	0.00000469
4	0.00011391
5	0.00118763
6	0.00010403
7	0.0000024
8	0.00000185
9	0.00006899
10	0.00040792
11	0.00004253
12	0.0000007
13	0.00000051
14	0.00001744
15	0.00008647
16	0.00000825
17	0.00000013
18	0.00000007
19	0.00000221
20	0.00000539

$$\phi_{\text{g_deg}}^{\text{l}} := \phi_{\text{g}}^{\text{l}} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\phi_{\text{g_deg}}^{\text{l}} =$

	0
0	0
1	0.010232
2	0.00028
3	0.000269
4	0.006526
5	0.068046
6	0.00596
7	0.000138
8	0.000106
9	0.003953
10	0.023372
11	0.002437
12	0.00004
13	0.000029
14	0.000999
15	0.004955
16	0.000473
17	0.000007
18	0.000004
19	0.000126
20	0.000309

Výchyly volného konce:

$$\phi_{1_v} := \phi_{t0_1} \cdot |a_{1_1}|$$

$$\phi_{1_v_deg} := \phi_{1_v} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\phi_{1_v} =$

	0
0	0
1	0.0006148
2	0.0000168
3	0.0000161
4	0.0003921
5	0.0040885
6	0.0003581
7	0.0000083
8	0.0000064
9	0.0002375
10	0.0014043
11	0.0001464
12	0.0000024
13	0.0000017
14	0.00006
15	0.0002977
16	0.0000284
17	0.0000004
18	0.0000002
19	0.0000076
20	0.0000185

$\phi_{1_v_deg} =$

	0
0	0
1	0.035225
2	0.000963
3	0.000925
4	0.022468
5	0.234254
6	0.020519
7	0.000474
8	0.000364
9	0.013607
10	0.080459
11	0.00839
12	0.000137
13	0.0001
14	0.00344
15	0.017056
16	0.001627
17	0.000025
18	0.000014
19	0.000435
20	0.001062

Druhá vlastní frekvence:

Poměrná amplituda tlumiče:

$$\Delta a_{2_{t1}} := 1 - a_{2_1}$$

$$\Delta a_{2_{t1}} = 1.9$$

Torzní výchylka setrvačného kotouče tlumiče pro harmonický řád κ

Velikost tlumících odporů:

$$\xi := 2.2 \cdot \frac{N \cdot m \cdot sec}{rad}$$

$$if := 1..20$$

$$\kappa := 0.5, 1..10$$

$$\phi_{t0_2_{if}} := \frac{(M_{h_{if}} \cdot \varepsilon_{2_{if}})}{\Omega_{1_t5} \cdot \left[\xi \cdot \left[\sum_{it} (a_{1_{it}})^2 \right] + \xi_{tl} (\Delta a_{2_{t1}})^2 \right]}$$

$$\phi_{t0_2_deg} := \phi_{t0_2} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\max(\phi_{t0_2}) = 0.08$$

$$\max(\phi_{t0_2_deg}) = 4.592$$

$\kappa =$

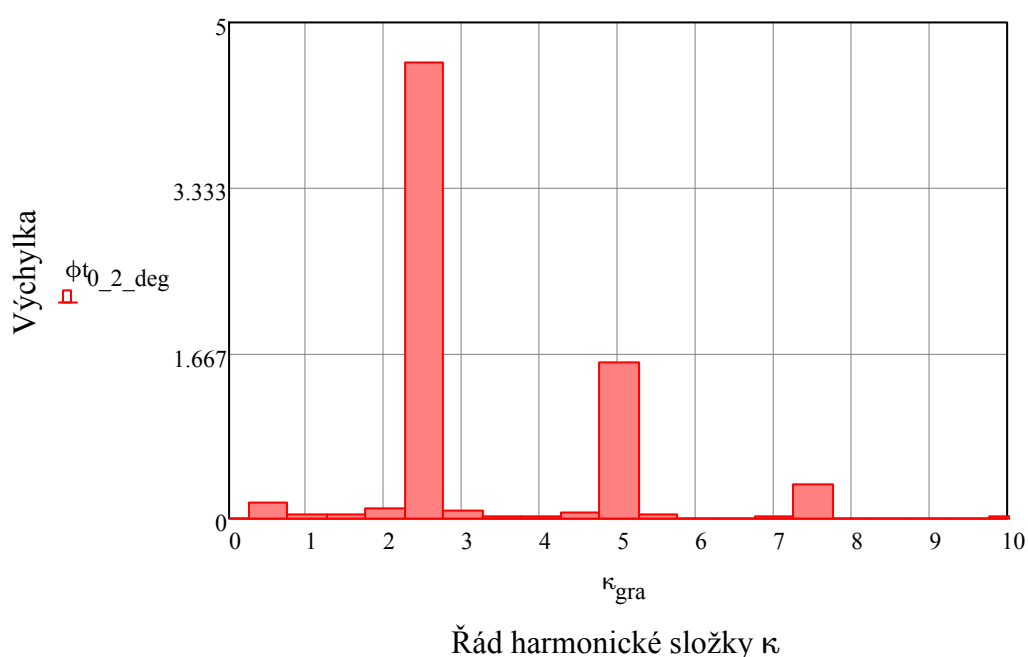
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10

$\phi_{t0_2} =$

	0
0	0
1	0.00267
2	0.00072
3	0.0007
4	0.00171
5	0.08014
6	0.00156
7	0.00036
8	0.00027
9	0.00103
10	0.02753
11	0.00064
12	0.0001
13	0.00008
14	0.00026
15	0.00584
16	0.00012
17	0.00002
18	0.00001
19	0.00003
20	0.00036

$\phi_{t0_2_deg} =$

	0
0	0
1	0.153
2	0.042
3	0.04
4	0.098
5	4.592
6	0.089
7	0.02
8	0.016
9	0.059
10	1.577
11	0.036
12	0.006
13	0.004
14	0.015
15	0.334
16	0.007
17	0.001
18	0.001
19	0.002
20	0.021



Výchyly gumového prstence:

$$\phi_{2g} := \phi_{t0_1} \cdot (a_{l0} - a_{l1})$$

$\phi_{2g} =$

	0
0	0
1	0.002051
2	0.000056
3	0.000054
4	0.001308
5	0.013636
6	0.001194
7	0.000028
8	0.000021
9	0.000792
10	0.004684
11	0.000488
12	0.000008
13	0.000006
14	0.0002
15	0.000993
16	0.000095
17	0.000001
18	0.000001
19	0.000025
20	0.000062

$$\phi_{2g_deg} := \phi_{2g} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\phi_{2g_deg} =$

	0
0	0
1	0.11749
2	0.00321
3	0.00308
4	0.07494
5	0.7813
6	0.06844
7	0.00158
8	0.00121
9	0.04538
10	0.26835
11	0.02798
12	0.00046
13	0.00033
14	0.01147
15	0.05689
16	0.00543
17	0.00008
18	0.00005
19	0.00145
20	0.00354

Výchyly volného konce:

$$\phi_{2_v} := \phi_{t_{0_2}} \cdot |a_{2_1}|$$

$$\phi_{2_v_deg} := \phi_{2_v} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{2_v} =$$

	0
0	0
1	0.002492
2	0.000675
3	0.000648
4	0.00159
5	0.074708
6	0.001452
7	0.000332
8	0.000255
9	0.000963
10	0.02566
11	0.000594
12	0.000096
13	0.00007
14	0.000243
15	0.00544
16	0.000115
17	0.000018
18	0.00001
19	0.000031
20	0.000339

$$\phi_{2_v_deg} =$$

	0
0	0
1	0.143
2	0.039
3	0.037
4	0.091
5	4.28
6	0.083
7	0.019
8	0.015
9	0.055
10	1.47
11	0.034
12	0.006
13	0.004
14	0.014
15	0.312
16	0.007
17	0.001
18	0.001
19	0.002
20	0.019

8.3 Namáhání torzními kmity

8.3.1 Namáhání pro 1.vlastní frekvenci

Poloha uzlu výkmitové čáry:

$$\Delta a_{1_{56}} := a_{1_5} - a_{1_6}$$

$$\Delta a_{1_{56}} = 0.067$$

Střídavý kroutící moment:

$$M_{t_1} := \phi_{1_{v_{10}}} \cdot \Delta a_{1_{56}} \cdot c_5$$

$$M_{t_1} = 172 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Modul průřezu ojničního čepu:

$$W_{\tau} := \frac{\pi \cdot D_{KC}^3}{16}$$

Přídavné krutové napětí vyvolané torzním kmitáním:

$$\tau_1 := \frac{M_{t_1}}{W_{\tau}}$$

$$\tau_1 = 3 \cdot \text{MPa}$$

8.3.2 Namáhání pro 2.vlastní frekvenci

Poloha uzlu výkmitové čáry:

$$\Delta a_{267} := a_{27} - a_{26}$$

$$\Delta a_{201} := a_{20} - a_{21}$$

$$\Delta a_{267} = 0.249$$

$$\Delta a_{201} = 1.932$$

Střídavý krouticí moment:

$$M_{t_2} := \phi_{v_{16}}^2 \cdot \Delta a_{201} \cdot c_5$$

$$M_{t_2} = 406.6 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Přídavné kroutící napětí vyvolané torzním kmitáním:

$$\tau_2 := \frac{M_{t_2}}{W_{\tau}}$$

$$\tau_2 = 7.2 \cdot \text{MPa}$$

9. Návrh pryžového tlumiče torzních kmitů

Modul pružnosti pryže ve smyku:

$$G_g := 1 \text{ MPa}$$

Torzní tuhost tlumiče:

$$c_{tl} = 64771.7 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Moment setrvačnosti tlumiče:

$$I_{tl} = 0.03 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

9.1 Rozměry pryžového prstence

Vnitřní průměr pryžového prstence:

$$D_1 := 175 \text{ mm}$$

Šířka pryžového prstence:

$$b_{tl} := 4\text{mm}$$

Vnější průměr prstence:

$$D_2 := \sqrt[4]{\frac{32 \cdot b_{tl} \cdot c_{tl}}{\pi \cdot G_g}} + D_1$$

$$D_2 = 244.6 \cdot \text{mm}$$

9.2 Rozměry ocelového prstence

Hustota oceli:

$$\rho_o := 7850 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Šířka prstence:

$$t_o := 14\text{mm}$$

Vnitřní poloměr:

$$R_1 := \frac{D_1}{2}$$

$$R_1 = 87.5 \cdot \text{mm}$$

$$D_{10} := 2 \cdot R_1$$

$$D_{10} = 175 \cdot \text{mm}$$

Vnější poloměr ocelového prstence:

$$R_2 := \sqrt[4]{R_1^4 + \frac{2 \cdot I_{tl}}{\pi \cdot \rho_o \cdot t_o}}$$

$$R_2 = 123.5 \cdot \text{mm}$$

$$D_{20} := 2 \cdot R_2$$

$$D_{20} = 246.9 \cdot \text{mm}$$

9.3 Napětí působící v pryžovém prstenci

Střední průměr pryžového prstence:

$$d_{\text{str}} := \frac{D_1 + D_2}{2}$$

$$d_{\text{str}} = 209.8 \cdot \text{mm}$$

Poměrné výchylky:

$$\Delta a_{2t1} = 1.932$$

$$\Delta a_{1t1} = 0.769$$

$$\Delta a_{2t1} > \Delta a_{1t1}$$

Střídavý kroutící moment působící v pryžovém prstenci:

$$M_{k_t1_2} := \phi_{v14}^2 \cdot c_{tl} \cdot \Delta a_{2t1}$$

Smykové napětí v gumovém prstenci:

$$\tau_{g1} := \frac{2 \cdot M_{k_t1_2}}{\pi \cdot b_{tl} \cdot d_{\text{str}}^2}$$

$$\tau_{g1} = 0.11 \cdot \text{MPa}$$